



Cláudia Patrícia Basílio Manco

Licenciada em Ciências de Engenharia Civil

Análise comparativa de leis de enfraquecimento em modelos de partículas: aplicação a betão

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Civil

Orientador: João Rocha de Almeida, Professor Associado,
Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade
Nova de Lisboa

Coorientador: Nuno Monteiro Azevedo, Investigador Auxiliar,
Departamento de Barragens de Betão, Laboratório
Nacional de Engenharia Civil

Júri

Presidente: Professor Doutor Rui Alexandre Lopes Baltazar Micaelo

Arguente: Doutor Sérgio Bruno Martins de Oliveira

Vogal: Professor Doutor João Rocha de Almeida



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Novembro 2018

Cláudia Patrícia Basílio Manco

Licenciada em Ciências de Engenharia Civil

**Análise comparativa de leis de
enfraquecimento em modelos de
partículas: aplicação a betão**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Civil – Perfil de Estruturas

Orientador: João Rocha de Almeida, Professor Associado,
Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade
Nova de Lisboa

Coorientador: Nuno Monteiro Azevedo, Investigador Auxiliar,
Departamento de Barragens de Betão, Laboratório
Nacional de Engenharia Civil

Novembro de 2018

Análise comparativa de leis de enfraquecimento em modelos de partículas: aplicação a betão

“Copyright” Cláudia Patrícia Basílio Manco, da FCT/UNL e da UNL.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

AGRADECIMENTOS

Quero começar por agradecer a todas as pessoas com as quais tive a oportunidade de partilhar este desafio, nomeadamente aos meus orientadores.

Ao Professor Doutor João Rocha de Almeida, a disponibilidade, recomendações e o seu contributo para a minha formação ao longo do meu percurso académico. E por ter estabelecido a ligação com o Laboratório Nacional de Engenharia Civil, o que me permitiu um novo caminho de aprendizagem e de desenvolvimento pessoal.

Ao Doutor Nuno Monteiro Azevedo pela incansável ajuda e por me ter disponibilizado todos os recursos possíveis. Agradeço toda a perspicácia em entender as minhas dúvidas e as pacientes explicações e palavras motivadoras.

À Doutora Maria Luísa Braga Farinha, todo o incentivo e apoio incondicional. A sua disponibilidade, competência, preocupação e cuidado. Foi essencial para me transmitir toda a confiança e segurança que precisei para continuar.

Ao LNEC por me ter proporcionado a oportunidade de desenvolver a dissertação no âmbito do projeto de investigação “DAMFA: Soluções de ponta para a avaliação sustentável de fundações de barragens de betão” que está a ser desenvolvido numa parceria entre o Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC) e a NOVA.ID.FCT – Associação para a Inovação e Desenvolvimento da Faculdade de Ciências e Tecnologia (FCT) da Universidade Nova de Lisboa (UNL).

Ao técnico auxiliar do Departamento de Materiais (DM), João Balsinha, por me possibilitar consolidar informações através da visualização de ensaios experimentais e permissão para tirar as fotografias aos provetes de betão, que ilustram este documento.

Aos alunos de doutoramento do Departamento de Barragens de Betão (DBB), em especial ao André, Miguel, Pedro e Renato pelas boas energias e companheirismo e aos meus colegas de mestrado, Igor e Patrícia, por toda a ajuda e amizade.

A todos os amigos e colegas que me acompanharam e encorajaram, em especial ao André, Betina, Cláudia, Diogo, Inês, Joana, Jéssica, Margarida, Marta, Pedro, Rita, Sara e Sofia por todo o amparo que me deram e pelos momentos de convívio que tornaram este percurso muito mais feliz.

À minha mãe e irmão, toda a compreensão e ajuda que me deram e à minha sobrinha por me encher o coração todos os dias.

Ao Ricardo, por ser o meu pilar de motivação e por todo o carinho e amizade.

Ao meu pai, por tornar possível o meu percurso académico e ser a minha fonte máxima de inspiração e orgulho.

RESUMO

A modelação da fratura no betão é bastante complexa. Um modelo numérico para a análise de estruturas de betão deve incorporar ferramentas capazes representar a formação e propagação de fendas, e o efeito destas no comportamento global da estrutura. Nos dias de hoje é possível prever, avaliar e compreender fenómenos de fendilhação no betão através de modelos numéricos, entre eles os modelos detalhados de partículas (MP). Na modelação do betão com um modelo MP, este é entendido como sendo formado por um esqueleto de agregados de vários tamanhos em contacto direto, funcionando a pasta de cimento como um material de enchimento que permite ao esqueleto de agregados suportar forças de tração.

Esta dissertação foi realizada recorrendo a um modelo de partículas 2D, baseado no método dos elementos discretos (MED) proposto para o estudo da fratura no betão, através do programa *Parmac2D*. Após uma sucinta descrição dos fundamentos teóricos do modelo numérico adotado, apresentam-se os algoritmos de geração de provetes de sistemas de partículas aleatórios representativos do betão. Em seguida descrevem-se dois modelos constitutivos do contacto: o modelo de enfraquecimento bilinear e o modelo do tipo microplano. O modelo bilinear é o modelo tradicionalmente adotado em modelos do tipo MP com base no MED. O modelo do tipo microplano foi proposto no âmbito de modelos de partículas com menor grau de discretização (com partículas representativas de agregados de maior tamanho). Compara-se a resposta dos modelos de contacto sob tração e compressão/corte, e posteriormente compara-se a influência na resposta macroscópica.

Foram simulados ensaios de compressão simples, tração simples e ensaios de compressão diametral de forma a estudar o comportamento dos sistemas de partículas em termos de deformabilidade e resistência e avaliar a influência dos contactos na resposta macroscópica dos modelos constitutivos. Verifica-se, tal como esperado, que o modelo do tipo microplano apresenta um melhor desempenho, aproximando-se da resposta numérica obtida em modelos mais complexos, cuja resposta é bastante próxima da observada experimentalmente, nomeadamente através de uma resposta pós-pico menos frágil.

Palavras-chave: Fratura, Fendilhação, Método dos elementos discretos, Modelo de partículas, Modelo de enfraquecimento bilinear, Modelo do tipo microplano.

ABSTRACT

Concrete fracture modelling is rather complex. Hence, a robust numerical model must incorporate tools capable of representing the formation and propagation of cracks and their effect on the overall structural behavior. Nowadays it is possible to predict, evaluate and understand cracking phenomena in concrete using detailed particle models (PM). In this approach, concrete is considered as a skeleton of aggregate particles of various sizes, in direct contact with each other. The cement matrix is intended to act as filler enabling the structure to carry tensile stresses.

The adopted 2D particle model is based on the discrete element method (MED) and has been applied to the study of concrete fracture, using the program *Parmac2D*. After a theoretical background of the adopted MP model has been described, generation procedures are shown in order to build numerical models representative of concrete samples. Two contact constitutive models are adopted: A bilinear softening model and a microplane type model. The bilinear model is the traditional model adopted in MP models based on MED. The microplane model was proposed in the context of particle models with a lower degree of discretization (where only the larger particles of the aggregates are represented). The numerical response under tensile and compressive\shear stresses are compared. The influence of the adopted contact models on the particles assemblies macroscopic response is also assessed and compared.

Uniaxial compression, tensile and diametrical compression tests were performed in order to study the behavior of the particle systems in terms of deformability and resistance capacity and also to evaluate the influence of the contact parameters on the macroscopic response. As expected, the microplane model response is closer to the numerical response obtained with more complex models, which reproduce approximately the response observed experimentally, particularly the fact of the post-peak response being less brittle.

Keywords: Fracture, Cracking, Discrete element method, Particle models, Bilinear softening model, Microplane based model.

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Enquadramento do tema.....	1
1.2	Objetivos	2
1.3	Método dos elementos discretos	2
1.4	Organização da dissertação	3
2	FORMULAÇÃO DE MODELOS DE PARTÍCULAS	5
2.1	Introdução	5
2.2	Formulação geral.....	6
2.2.1	Leis força-deslocamento	6
2.2.2	Lei do movimento	9
2.3	Modelo de rigidez e resistência no contacto	11
2.4	Passo de cálculo	12
3	GERAÇÃO DE SISTEMAS DE PATÍCULAS.....	13
3.1	Introdução	13
3.2	Exemplos de aplicação.....	14
4	MODELOS DE CONTACTO	19
4.1	Introdução	19
4.2	Modelo frágil com tensão tração limite.....	19
4.3	Modelo de enfraquecimento bilinear (MC1)	21
4.4	Modelo do tipo microplano (MC2).....	23
4.5	Comparação dos resultados obtidos com os modelos de contacto MC1 e MC2	28
4.5.1	Ensaio de corte puro	28
4.5.2	Ensaio de tração simples	29
4.5.3	Ensaio compressão/corte e tração/corte	31
5	ENSAIOS DE FRATURA	35
5.1	Introdução	35
5.2	Influência dos parâmetros de deformabilidade	35
5.3	Influência dos parâmetros de resistência	38
5.3.1	Relação entre a tensão normal e a tensão de coesão	39
5.3.1.1	Tensão normal constante	40
5.3.1.2	Coesão constante	43
5.3.2	Coefficiente de atrito no modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)	47
5.3.3	Variação da tensão de compressão do contacto no modelo do tipo microplano (MC2)	48
5.4	Resultados do modelo de enfraquecimento bilinear (MC1).....	49

5.4.1	Ensaio de compressão	49
5.4.2	Ensaio de tração	52
5.4.3	Ensaio de compressão diametral.....	54
5.5	Resultados do modelo do tipo microplano (MC2)	58
5.5.1	Ensaio de compressão	58
5.5.2	Ensaio de tração	61
5.5.3	Ensaio de compressão diametral.....	63
5.6	Tempos de cálculo	66
6	CONCLUSÕES	67
6.1	Aspetos relevantes dos estudos efetuados	67
6.2	Recomendações para estudos futuros	68
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	69
	ANEXO I.....	73
A1.1	– Matriz de rigidez.....	73
A1.2	– Modelo de uma consola	77
	ANEXO II – ENERGIA DE FRATURA	85
	ANEXO III – ENSAIO DE COMPRESSÃO DIAMETRAL	87

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Ciclo de cálculo.....	5
Figura 2.2 – Discretização do contacto entre duas partículas vizinhas	7
Figura 2.3 – Modelo de contacto linear entre duas partículas.....	11
Figura 3.1 – Heterogeneidade do betão.....	13
Figura 3.2 – Sequência representativa da geração de sistemas de partículas	16
Figura 3.3 – De uma estrutura granular inicial para uma estrutura poligonal, adaptado de Azevedo et al. (2015).....	17
Figura 3.4 – Exemplo de sistemas de partículas utilizados nos ensaios numéricos de compressão e de tração (provets A1,1 e A2,1)	18
Figura 3.5 – Exemplo de sistemas de partículas utilizados nos ensaios numéricos de compressão diametral (provets A3,2).....	18
Figura 4.1 – Modelo constitutivo de Mohr-Coulomb com tensão de tração limite	20
Figura 4.2 – Relação entre a força normal e o deslocamento relativo entre partículas na direção normal	20
Figura 4.3 – Relação entre a força tangencial e deslocamento relativo entre partículas na direção tangencial	21
Figura 4.4 – Modelo constitutivo com enfraquecimento bilinear à tração	22
Figura 4.5 – Modelo constitutivo com enfraquecimento bilinear ao corte	22
Figura 4.6 – Fronteira limite do plano (σ , τ s) segundo o modelo do microplano.....	25
Figura 4.7 – Sentido das velocidades aplicadas na partícula em contacto com uma parede nos ensaios de corte puro, tração simples e compressão/corte e tração/corte	28
Figura 4.8 – Variação da tensão tangencial em função do deslocamento, de um ensaio de corte puro, no contacto partícula/parede, considerando diferentes energias de fratura (modelos MC1 e MC2). 29	29
Figura 4.9 – Comparação entre os modelos MC1 e MC2 quanto à variação da tensão tangencial em função do deslocamento, para o contacto partícula/parede, para uma energia de fratura ao corte de 2,5 N/mm	29
Figura 4.10 – Variação da tensão normal em função do deslocamento, de um ensaio de tração simples, no contacto partícula/parede, considerando diferentes energias de fratura (modelos MC1 e MC2)	30

Figura 4.11 – Comparação entre os modelos MC1 e MC2 quanto à variação da tensão tangencial em função do deslocamento, para o contacto partícula/parede, para uma energia de fratura à tração de 0,3 N/mm	31
Figura 4.12 – Variação da tensão tangencial em função do deslocamento, de ensaio compressão/corte e tração/corte, para o contacto partícula/parede, considerando diferentes tensões normais (modelos MC1 e MC2)	32
Figura 4.13 – Gráfico tensão tangencial-deslocamento num ensaio considerando uma tensão normal de compressão de 5,0 MPa e num ensaio de corte puro	32
Figura 4.14 – Comparação entre os modelos (MC1 e MC2) para um ensaio compressão/corte considerando uma tensão normal de compressão de 5,0 MPa	33
Figura 5.1 – Influência da relação entre a rigidez normal e a rigidez de corte nos parâmetros elásticos macroscópicos no caso de estudo a) $\bar{E}_A=2,8\bar{E}_C$	36
Figura 5.2 – Influência da relação entre a rigidez normal e a rigidez de corte nos parâmetros elásticos macroscópicos no caso de estudo b) $\bar{E}_A=1,4\bar{E}_C$	37
Figura 5.3 – Polinómios que permitem a determinação do parâmetro α com base no coeficiente de Poisson, para os casos de estudo analisados	37
Figura 5.4 – Determinação gráfica dos módulos de deformabilidade equivalente, com base na relação entre a rigidez normal e a rigidez de corte	38
Figura 5.5 – Variação da tensão de compressão macroscópica com a variação da relação τ/σ_t , considerando tensão normal constante	40
Figura 5.6 – Variação da tensão de tração macroscópica com a variação da relação τ/σ_t , considerando tensão normal constante.....	41
Figura 5.7 – Variação da tensão de tração em ensaios de compressão diametral com a variação da relação τ/σ_t , considerando tensão normal constante	42
Figura 5.8 – Variação do quociente entre a tensão de tração e a tensão de compressão simples com a variação da relação τ/σ_t , considerando tensão normal constante.....	42
Figura 5.9 – Variação do quociente entre tração indireta, obtida em compressão diametral, e tração simples com a variação da relação τ/σ_t , considerando tensão normal constante	43
Figura 5.10 – Variação da tensão de compressão macroscópica com a variação da relação τ/σ_t , considerando coesão constante	44
Figura 5.11 – Variação da tensão de tração macroscópica com a variação da relação τ/σ_t , considerando coesão constante	44
Figura 5.12 – Variação da tensão de tração em ensaios de compressão diametral com a variação da relação τ/σ_t , considerando coesão constante.....	45

Figura 5.13 – Variação do quociente entre a tensão de tração e a compressão simples com a variação da relação τ/σ_t , considerando coesão constante	46
Figura 5.14 – Variação do quociente entre a tração indireta, obtida em compressão diametral, e a tração simples com a variação da relação τ/σ_t , considerando coesão constante	46
Figura 5.15 – Variação da tensão de compressão, tensão de tração e tensão de tração indireta macroscópica com a variação do termo de atrito do contacto	47
Figura 5.16 – Diagrama tensão-deformação obtida em ensaios de compressão e tração simples com o modelo do tipo microplano para diferentes valores de tensão de compressão do contacto.....	49
Figura 5.17 – Estado de fendilhação final obtido em ensaio à compressão, de diferentes provetes numéricos, usando o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)	50
Figura 5.18 – Deformada final dos provetes numéricos obtida em ensaios à compressão, usando o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)	51
Figura 5.19 – Diagrama tensão-deformação de provetes numéricos ensaiados à compressão, usando o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)	51
Figura 5.20 – Provetes de betão durante um ensaio de compressão simples	52
Figura 5.21 – Estado de fendilhação final obtido em ensaios à tração de diferentes provetes numéricos, usando o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)	53
Figura 5.22 – Deformada final dos provetes numéricos obtida num ensaio à tração, usando o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)	53
Figura 5.23 – Diagrama tensão-deformação de provetes numéricos ensaiados à tração, usando o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)	54
Figura 5.24 – Estado de fendilhação final obtido em ensaios à compressão diametral de diferentes provetes numéricos, usando o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)	55
Figura 5.25 – Deformada final dos provetes numéricos obtida em ensaios de compressão diametral, usando o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)	56
Figura 5.26 – Diagrama tensão-deformação de provetes numéricos ensaiados compressão diametral, usando o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)	57
Figura 5.27 – Padrões de rotura obtidas experimentalmente em ensaios de compressão diametral em provetes de betão.....	57
Figura 5.28 – Estado de fendilhação final obtido em ensaio à compressão de diferentes provetes numéricos, usando o modelo do tipo microplano (MC2)	58
Figura 5.29 – Deformada final dos provetes numéricos obtida em ensaios à compressão, usando o modelo do tipo microplano (MC2).....	59

Figura 5.30 – Diagrama tensão-deformação de provetes numéricos ensaiados à compressão, usando o modelo do tipo microplano (MC2).....	60
Figura 5.31 – Diagrama tensão-deformação em compressão simples. Comparação de resultados usando o modelo do tipo microplano (MC2) e o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1).....	60
Figura 5.32 – Estado de fendilhação final obtido em ensaios à tração de diferentes provetes numéricos, usando o modelo do tipo microplano (MC2).....	61
Figura 5.33 – Deformada final dos provetes numéricos obtida em ensaios à tração, usando o modelo do tipo microplano (MC2)	62
Figura 5.34 – Diagrama tensão-deformação de provetes numéricos, ensaiados à tração, usando o modelo do tipo microplano (MC2)	62
Figura 5.35 – Diagrama tensão-deformação em tração. Comparação de resultados usando o modelo do tipo microplano (MC2) e o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)	63
Figura 5.36 – Estado de fendilhação final obtido em ensaios à compressão diametral de diferentes provetes numéricos, usando o modelo do tipo microplano (MC2).....	64
Figura 5.37 – Deformada final dos provetes numéricos obtida em ensaios de compressão diametral, usando o modelo do tipo microplano (MC2).....	65
Figura 5.38 – Diagrama tensão-deformação de provetes numéricos ensaiados à compressão diametral, usando o modelo do tipo microplano (MC2).....	65
Figura A2.1 – Modos de fratura para o betão.....	85
Figura A2.2 – Energia de fratura no gráfico tensão-deslocamentos.....	85
Figura A3.1 – Ensaio de compressão diametral.....	87

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1 – Distribuição granulométrica considerada para as partículas dos agregados (1879 kg/m ³)	15
Tabela 3.2 – Designação e dimensões dos provetes	17
Tabela 3.3 – Área de agregados de cada provete-tipo.....	17
Tabela 3.4 – Características dos sistemas de partículas adotados nos ensaios numéricos realizados ...	18
Tabela 4.1 – Parâmetros considerados para o ensaio de corte puro entre uma partícula e uma parede.	28
Tabela 4.2 – Parâmetros considerados para o ensaio de tração simples entre uma partícula e uma parede	30
Tabela 4.3 – Parâmetros considerados para o ensaio a variar a tensão normal de uma partícula e uma parede.....	31
Tabela 4.4 – Valores de tensão de corte esperados, segundo o modelo frágil, para as tensões normais aplicadas.....	31
Tabela 4.5 – Coesão com dano e tensão tangencial máxima obtida para um ensaio considerando uma tensão normal de compressão de 5,0 MPa (modelos MC1 e MC2)	33
Tabela 5.1 – Parâmetros de deformabilidade macroscópicos	37
Tabela 5.2 – Parâmetros elásticos	38
Tabela 5.3 – Parâmetros definidos segundo Vonk (1993).....	39
Tabela 5.4 – Parâmetros de resistência do contacto	39
Tabela 5.5 – Relações consideradas para a relação τ/σ	40
Tabela 5.6 – Parâmetros de resistência do contacto (MC2).....	48
Tabela 5.7 – Média e desvio padrão obtidos para o valor máximo de compressão última, em ensaios de compressão, usando o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)	52
Tabela 5.8 – Média e desvio padrão obtidos para os valores de tensão de tração direta e energia de fratura ao corte, num ensaio de tração, usando o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)	54
Tabela 5.9 – Média e desvio padrão obtidos para o valor de tensão de tração indireta, em ensaios de compressão diametral, usando o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1).....	57
Tabela 5.10 – Média e desvio padrão obtidos para o valor máximo de compressão última em ensaios de compressão, usando o modelo do tipo microplano (MC2)	60
Tabela 5.11 – Média e desvio padrão obtidos para os valores de tensão de tração direta e energia de fratura ao corte num ensaio de tração, usando o modelo do tipo microplano (MC2).....	63
Tabela 5.12 – Média e desvio padrão obtidos para o valor de tensão de tração indireta, em ensaios de compressão diametral, usando o modelo do tipo microplano (MC2).....	66

Tabela 5.13 – Tempos de cálculo	66
---------------------------------------	----

LISTA DE SÍMBOLOS

\bar{E}_a	Módulo de elasticidade do material contínuo equivalente (agregados)
\bar{E}_c	Módulo de elasticidade do material contínuo equivalente (cimento)
\bar{G}_I	Energia de fratura macroscópica em modo I (tração)
$\dot{x}_i^{\phi_i}$	Velocidade de translação da entidade ϕ_i
$\ddot{x}_i^{(t)}$	Aceleração da partícula no instante t
$\dot{x}_i^{[C],\phi_i}$	Velocidade relativa da entidade ϕ_i
$\dot{x}_i^{[C]}$	Velocidade do ponto de contacto
$\dot{\omega}_3^{(t)}$	Aceleração angular da partícula no instante t
$\Delta F_n^{[C]}$	Incremento de força normal no contacto
$\Delta F_{si}^{[C]}$	Incremento de força de corte no contacto
$\Delta x_i^{[C]}$	Incremento do deslocamento no contacto no espaço de tempo Δt
$\Delta x_n^{[C]}$	Componente normal do incremento do deslocamento no contacto
$\Delta x_{si}^{[C]}$	Componente tangencial do incremento do deslocamento no contacto
ϕ_i	Entidade i
$A_{agregados}$	Área total de agregados
A_c	Área do contacto
$A_{provete}$	Área do provete
C_{max}	Força máxima de coesão no contacto
D_A	Diâmetro da partícula A
D_B	Diâmetro da partícula B
D_{max}^s	Máximo diâmetro de um grupo de partículas
D_{min}^s	Mínimo diâmetro de um grupo de partículas
D_n	Valor do dano na direção normal
D^s	Diâmetro da partícula gerada
D_s	Valor do dano na direção tangencial
\bar{E}	Módulo de elasticidade do material contínuo equivalente
$F_i^{(t)}$	Força total no instante t
$F_{i,d}^{(t)}$	Força no instante t devido ao amortecimento local não viscoso
$F_i^{[C]}$	Força resultante no contacto
$F_{n,max}$	Força máxima na direção normal

F_n	Força normal no contacto
$F_n^{[C]}$	Força normal no contacto (formulação)
F_s	Força de corte no contacto
$F_{si}^{[C]}$	Força de corte no contacto (formulação)
G_I	Energia de fratura à tração (modo I)
G_{II}	Energia de fratura à compressão (modo II)
K_c	Tangente inicial da fronteira (tensão em compressão)
K_s	Tangente inicial da fronteira (tensão em corte)
K_t	Tangente inicial da fronteira (tensão deformação em tração)
L_s^{cr}	Comprimento característico do contacto
$M_3^{(t)}$	Momento total no instante t
$M_{3,d}^{(t)}$	Momento no instante t devido ao amortecimento local não viscoso
$R^{[A]}$	Raio da partícula genérica A
$R^{[B]}$	Raio da partícula genérica B
$U_{n,max}$	Deslocamento máximo do contacto na direção normal
U_n	Deslocamento do contacto na direção normal
X_{max}	Valor máximo da secção geométrica definida para o provete no eixo x
X_{min}	Valor mínimo da secção geométrica definida para o provete no eixo x
Y_{max}	Valor máximo da secção geométrica definida para o provete no eixo y
Y_{min}	Valor mínimo da secção geométrica definida para o provete no eixo y
k_n	Rigidez de contacto na direção normal
k_s	Rigidez de contacto na direção tangencial
n_i	Vetor unitário normal à superfície de contacto
n_t	Valor de expoente
$x_i^{(t+\Delta t)}$	Posição do centro das partículas no instante $t + \Delta t$
x_i	Coordenada aleatória gerada para o centro da partícula no eixo x
$x_i^{[A]}$	Posição do centro de massa da partícula genérica A
$x_i^{[B]}$	Posição do centro de massa da partícula genérica B
$x_i^{[C]}$	Posição do ponto de contacto
y_i	Coordenada aleatória gerada para o centro da partícula no eixo y
β_1	Coeficiente de amortecimento local não viscoso
$\varepsilon_0(\varepsilon, \omega)$	Limite da deformação efetiva da fronteira tensão-deformação
$\varepsilon_1(\varepsilon, \omega)$	Deformação efetiva do estado limite máximo atingido
ε_{max}	Valor máximo de deformação efetiva

$\varepsilon_{n,max}$	Valor máximo de deformação efetiva da direção normal
ε_n	Deformação efetiva normal
$\varepsilon_{s,max}$	Valor máximo de deformação efetiva da direção de corte
ε_s	Deformação efetiva tangencial
η_0	Número aleatório entre 0,0 e 1,0
η_1	Número aleatório entre 0,0 e 1,0
η_2	Número aleatório entre 0,0 e 1,0
μ_1	Declive da assíntota de $\sigma_{02}(\omega)$ com o eixo σ
$\sigma_0(\omega)$	Fronteira limite no plano (σ, τ_s)
$\sigma_{01}(\omega)$	Função elíptica da fronteira elástica para estados de tensão de compressão elevada
$\sigma_{02}(\omega)$	Função hiperbólica da fronteira elástica para estados de tensão de corte/tração
σ_c	Tensão última de compressão macroscópica
$\sigma_{T,ind}$	Tensão última de tração indireta macroscópica
σ_T	Tensão última de tração macroscópica
σ_a	Interseção da assíntota de $\sigma_{02}(\omega)$ com o eixo σ
$\sigma_b(\varepsilon, \omega)$	Fronteira tensão-deformação equivalente
σ_c	Tensão máxima de compressão no contacto
σ_{eq}	Tensão efetiva equivalente
σ_t	Tensão máxima de tração no contacto
τ_a	Coesão aparente
τ_s	Tensão de corte
ω_0	Deformação acoplada no ponto de interseção
$\omega_3^{\phi_i}$	Velocidade angular da entidade ϕ_i
ϵ_{ijk}	Símbolo de permutação
E	Módulo de Young macroscópico do sistema de partículas
L	Comprimento do contacto
D	Valor do dano
I	Inércia da partícula
I	Inércia escalada da partícula
$K(\omega)$	Evolução da fronteira tensão-deformação equivalente
d	Distancia entre as partículas vizinhas em contacto
$f(\lambda)$	Termo que tem em conta a tensão de confinamento do contacto
m	Massa da partícula
m_{esc}	Massa da partícula escalada

n	Número natural que varia entre 0 e 1
$t \pm n(\Delta t/2)$	Intervalo de tempo médio
$t \pm n\Delta t$	Intervalo de tempo primário
α	Fator que relaciona a rigidez normal e a rigidez de corte no contacto
β	Fator do modelo do tipo microplano
γ	Fator que majora a distância mínima entre partículas na geração
ε	Deformação efetiva
μ	Coeficiente de atrito no contacto
σ	Tensão normal no contacto
τ	Tensão máxima de coesão no contacto
ν	Coeficiente de Poisson macroscópico do sistema de partículas
ω	Deformação acoplada

LISTA DE SIGLAS

MED	Método dos elementos discretos
MP	Modelo de partículas

LISTA DE ABREVIATURAS

2D	2 dimensões
MC1	Modelo de contacto com enfraquecimento bilinear
MC2	Modelo de contacto do tipo microplano
A-A	Ligação entre as partículas representativas dos agregados
A-C	Ligação entre as partículas dos agregados e as partículas da pasta de cimento
C-C	Ligação entre as partículas representativas da pasta de cimento

1 INTRODUÇÃO

1.1 Enquadramento do tema

Ao longo dos anos foram registados importantes aperfeiçoamentos na modelação mecânica da fratura de betão. Conhecer e compreender os mecanismos responsáveis pela rotura do betão é bastante útil do ponto de vista do dimensionamento de estruturas, bem como da sua segurança e monitorização. Por isso, é muito útil conseguir simular as diversas fases que desencadeiam esse processo de rotura, no tempo e no espaço, da forma mais realista possível.

O betão é um material heterogéneo composto por um esqueleto de inertes e pasta de cimento, que, quando sujeito a um estado de tensão, apresenta um comportamento não linear complexo e de especial interesse na modelação. No interior do betão ocorre uma combinação de processos físicos responsáveis pela sua rotura, que pode ser definida por uma diminuição da resistência pós pico ou enfraquecimento (mais grave na tração), havendo a formação de microfissuras e consequente perda de resistência elástica associada ao aumento do dano, desenvolvendo-se extensões irreversíveis, (Oliveira, 2002 e Oliveira, 2000).

Os agregados e a pasta de cimento endurecida, quando estudados isoladamente, apresentam curvas tensão-deformação quase lineares, o que não acontece no caso do betão. Este comportamento não linear que se observa no betão pode ser justificado pelo escorregamento dos agregados no interior da pasta de cimento e pela ocorrência de mecanismos de propagação de fissuras. As primeiras zonas com dano surgem na zona mais fraca do material, dando origem a um processo de propagação de microfissuras e enfraquecimento, (Oliveira, 2002). A análise deste comportamento físico não linear através da modelação de provetes de betão permite traduzir e prever a resposta da estrutura real, tendo em conta a influência deste fenómeno na sua capacidade e durabilidade.

Através de ensaios uniaxiais de provetes de betão, verifica-se que uma vez atingida a tensão de pico (em tração ou em compressão) o material não rompe de imediato, continuando a evidenciar resistência às tensões impostas, mesmo depois do aumento das deformações (Oliveira, 2002).

Para melhor entender e prever a evolução destes mecanismos, têm sido realizados vários esforços no sentido de desenvolver modelos que representem estes fenómenos de forma mais exata. Um dos modelos recentemente adotados corresponde à modelação micromecânica com recurso ao método dos elementos discretos de partículas (MP), que permite reproduzir padrões de fendilhação e comportamentos macroscópicos muito próximos dos obtidos em ensaios laboratoriais.

Os modelos MP são conceptualmente mais simples do que os modelos baseados numa abordagem contínua (Barros, 1996), e, ao terem como base uma idealização de meio descontínuo, o desenvolvimento de superfícies de rotura ocorre naturalmente. Com base em leis de interação simples entre partículas é possível gerar um material sintético que possui um comportamento global complexo próximo do expectável no betão. No entanto, é necessário calibrar os parâmetros do modelo MP através de ensaios fundamentais: ensaios de tração, ensaios de compressão e ensaios triaxiais. De salientar que são modelos computacionalmente exigentes devido ao grau de refinamento necessário.

1.2 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é realizar uma análise numérica comparativa, com modelos de partículas, entre dois modelos de contacto, a fim de identificar qual o modelo constitutivo do contacto que permite uma resposta mais aproximada da qual é observada no betão e da determinada com modelos numéricos mais complexos.

Pretende-se também avaliar a influência dos parâmetros de resistência e de deformação do contacto na resposta macroscópica do sistema de partículas e a evolução do dano para dois modelos de contacto, com diferentes leis de enfraquecimento: o modelo de enfraquecimento bilinear que admite uma relação bilinear na relação força-deslocamento após o dano e o modelo do tipo microplano baseado na noção de uma fronteira tensão-deformação.

1.3 Método dos elementos discretos

Na modelação do betão com um modelo de partículas, este é entendido como sendo formado por um esqueleto de agregados de vários tamanhos em contacto direto, funcionando a pasta de cimento como um material de enchimento que permite ao esqueleto de agregados suportar forças de tração.

Os modelos discretos de partículas, ao terem em consideração a estrutura de agregado do betão e a sua interação através do contacto físico, permitem representar partículas da pasta de cimento de modo explícito os mecanismos de fratura do material (Bazant, 1986). O método dos elementos discretos (MED) aplicado a modelos de partículas tem vindo a ser utilizado neste tipo de estudos uma vez que permite a representação da formação e propagação de fissuração generalizada e de fendilhação localizada (Azevedo, 2003).

Os primeiros desenvolvimentos do MED foram dedicados ao estudo de maciços rochosos diaclasados (Cundall, 1971), considerando o movimento e interação de blocos de rocha.

Posteriormente, foram propostos modelos de partículas em duas dimensões para o estudo de materiais granulares (Cundall, 1979) e para o estudo de materiais coesivos, como a rocha, (Zubelewicz e Mróz, 1983) ou o betão (Azevedo, 2003 e Cusatis, 2001), ou misturas betuminosas (Chang e Meegoda, 1997 e Micaelo et al., 2011).

A aplicação do método dos elementos discretos à modelação do comportamento do betão tem-se focado na previsão das propriedades instantâneas. Recentemente foi desenvolvido um modelo de partículas que permite modelar o comportamento viscoelástico com endurecimento para análises a longo prazo (Serra et al., 2018).

Para a simulação do comportamento do betão utilizou-se o método dos elementos discretos, MED, que se encontra implementado no programa *Parma2D* (Azevedo, 2003). Este programa possui um código com uma linguagem de programação externa que possibilita ao utilizador desenvolver códigos para os modelos computacionais adotados para reproduzir os ensaios mecânicos.

1.4 Organização da dissertação

A tese está organizada em 6 capítulos. Após o capítulo 1, onde é definido o tema e os objetivos da dissertação e se apresenta uma breve introdução sobre o comportamento do betão e a evolução do método dos elementos discretos, é referida, no capítulo 2, toda a base da formulação teórica numérica aplicada pelo programa utilizado. No capítulo 3 apresentam-se os fundamentos teóricos para a geração dos provetes aleatórios a serem estudados. No capítulo 4 introduzem-se os modelos constitutivos de contacto que serão objeto de estudo, analisando-se o seu comportamento em ensaios de tração simples, corte puro, compressão/corte e tração/corte. No capítulo 5 apresenta-se um estudo paramétrico para analisar a influência nos resultados numéricos dos valores de deformabilidade e resistência, em ensaios de compressão, tração e compressão diametral. É realizada uma análise comparativa dos resultados obtidos com base nos dois modelos de contacto apresentados. É ainda avaliado o desempenho do modelo de partículas relativamente a um modelo numérico mais complexo (Vonk, 1993). No capítulo 6 apresentam-se as principais conclusões do trabalho e perspetivas de desenvolvimentos futuros.

2 FORMULAÇÃO DE MODELOS DE PARTÍCULAS

2.1 Introdução

Neste capítulo é apresentado um resumo da formulação teórica e numérica do modelo de partículas (MP) baseado no método dos elementos discretos (MED), descrita em Azevedo (2003), e implementada no módulo computacional *Parmac2D*. O modelo MP implementado permite o deslocamento e rotação das partículas e a sua separação completa. Permite também reconhecer novos contactos automaticamente, à medida que a análise numérica avança.

A interação entre as partículas é vista como um processo dinâmico com estados de equilíbrio, onde ocorre propagação de perturbações através do conjunto de partículas devido aos movimentos e forças aplicadas (Andrade, 2012).

O ciclo de cálculo, esquematizado na Figura 2.1, é efetuado através da aplicação da segunda lei de Newton às partículas e de leis força-deslocamento nos contactos. A lei de movimento é usada para determinar o movimento de cada partícula, resultante do contacto e das forças que nela atuam, e as leis força-deslocamento atualizam as forças de contacto resultantes do movimento relativo em cada contacto (Azevedo e Lemos, 2010; Azevedo e Lemos, 2006).

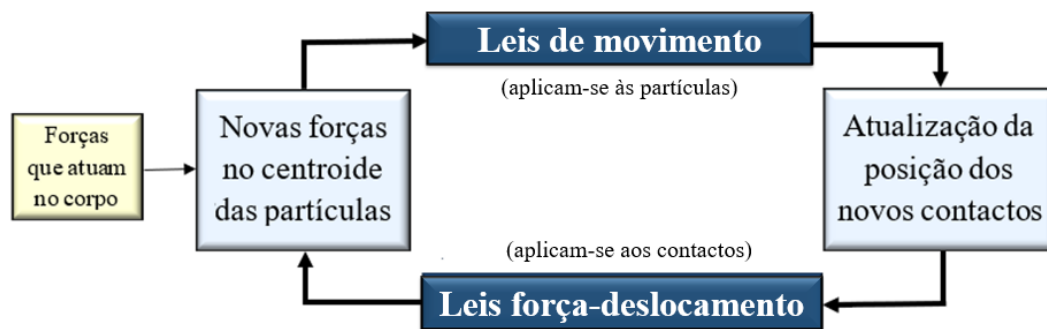


Figura 2.1 – Ciclo de cálculo

O programa *Parmac2D*, fundamentado no MED, assume as seguintes hipóteses:

- as partículas são tratadas como corpos rígidos;
- os contactos ocorrem no ponto de contacto;
- é permitida a sobreposição de partículas nos pontos de contacto;

- todas as partículas são circulares;
- podem ser formados conjuntos de partículas parcialmente sobrepostas, que se comportam como corpos rígidos ou deformáveis.

O *Parmac2d* é um programa de cálculo automático bidimensional que permite gerar modelos de partículas circulares, de forma aleatória, com raio variável limitado à máxima e mínima dimensão dos agregados considerados. A geração aleatória das amostras estudadas será explicada com mais detalhe no capítulo 3. Cada partícula apresenta três graus de liberdade, duas componentes de translação nos eixos globais e uma componente de rotação (ver Anexo I).

Além do conjunto de partículas circulares, o módulo computacional possui também elementos de parede que permitem a aplicação de condições de fronteira aos sistemas de partículas, deslocamentos impostos ou forças aplicadas. A interação partícula-parede é próxima da interação partícula-partícula, tendo a característica de a normal do contacto ser dada pela normal ao segmento da parede em contacto com a partícula (Azevedo e Gouveia, 2013).

2.2 Formulação geral

No início de cada passo de tempo o conjunto de contactos é atualizado a partir das posições das paredes e partículas. A lei força-deslocamento é então aplicada em cada contacto de forma a que sejam atualizadas as forças de contacto baseadas no deslocamento relativo entre duas entidades e no modelo constitutivo do contacto. A lei de movimento é aplicada a cada partícula para atualizar a sua velocidade e posição tendo em conta a força e o momento resultante. O módulo computacional adotado, *Parmac2D*, admite a fendilhação de contactos durante a simulação através da aplicação de leis força-deslocamento em cada contacto do tipo não linear, permitindo a sua aplicação a problemas de fratura.

2.2.1 Leis força-deslocamento

As leis força-deslocamento estabelecem a relação entre as forças de contacto a atuar em duas entidades diferentes com movimento relativo entre elas. Como o contacto pode ser realizado entre duas partículas ou entre uma partícula e uma parede, são definidas as entidades $[\phi_1, \phi_2]$, a fim de representar o contacto que ocorre num ponto entre duas partículas genéricas $[A, B]$ ou o contacto entre uma partícula e uma parede $[b, w]$.

O ponto de contacto ocorre num plano, sendo este definido pelo seu vetor normal, n_i . A força de contacto é composta pela componente normal F_n a atuar na direção do vetor normal e pela componente tangencial F_s a atuar no plano de contacto.

No caso do contacto entre duas partículas, é possível determinar o vetor unitário normal à superfície de contacto através dos vetores da posição do centro de gravidade das partículas genéricas em contacto e a distância entre o centro de massa das mesmas, de acordo com a equação 2.1:

$$n_i = \frac{x_i^{[B]} - x_i^{[A]}}{d} \quad (2.1)$$

Onde d corresponde à distância entre as partículas em contacto, e $x_i^{[A]}$ e $x_i^{[B]}$ às coordenadas segundo o eixo x dos centros de massa das partículas genéricas, como se pode ver na Figura 2.2.

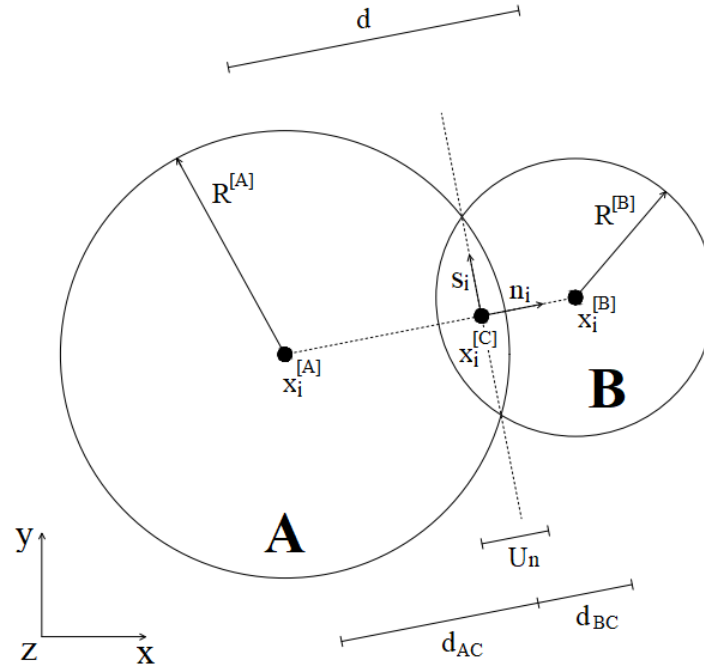


Figura 2.2 – Discretização do contacto entre duas partículas vizinhas

A distância d é dada pela norma dos vetores através da seguinte equação:

$$d = \sqrt{(x_i^{[B]} - x_i^{[A]})^2} \quad (2.2)$$

O valor da sobreposição (U_n) define-se como o deslocamento relativo do contacto na direção normal, e é obtido através de:

$$U_n = R^{[A]} + R^{[B]} - d \quad (2.3)$$

Sendo $R^{[A]}$ e $R^{[B]}$ os raios das partículas genéricas A e B , respetivamente.

A posição do ponto do contacto, $x_i^{[C]}$, é dada por:

$$x_i^{[C]} = x_i^{[A]} + \left(R^{[A]} - \frac{1}{2} U_n \right) n_i \quad (2.4)$$

A velocidade do ponto de contacto, $\dot{x}_i^{[C]}$, é obtida através da diferença entre as velocidades relativas das entidades ϕ_1 e ϕ_2 :

$$\dot{x}_i^{[C]} = \dot{x}_i^{[C],\phi_2} - \dot{x}_i^{[C],\phi_1} \quad (2.5)$$

A velocidade da entidade ϕ_i , após a formação de um contacto, $\dot{x}_i^{[C],\phi_i}$ é dada por:

$$\dot{x}_i^{[C],\phi_i} = \dot{x}_i^{\phi_i} + \epsilon_{i3k} \omega_3^{\phi_i} \left(x_k^{[C]} - x_k^{\phi_i} \right) \quad (2.6)$$

onde $\dot{x}_i^{\phi_i}$ e $\omega_3^{\phi_i}$ representam respetivamente a velocidade de translação e velocidade angular da identidade ϕ_i , e ϵ_{ijk} corresponde ao símbolo de permutação cujo valor varia consoante os valores abaixo enunciados na expressão 2.7 (os índices ijk representam as coordenadas cartesianas xyz definidas no programa como 1, 2 e 3).

$$\epsilon_{ijk} = \begin{cases} 0 & \text{se dois índices coincidem} \\ +1 & \text{se } ijk \text{ permutam como 1, 2 e 3} \\ -1 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.7)$$

O incremento do deslocamento em cada ponto de contacto, no espaço de tempo Δt é dado por:

$$\Delta x_i^{[C]} = \dot{x}_i^{[C]} \Delta t \quad (2.8)$$

Este deslocamento pode ser decomposto nas suas componentes normal e tangencial. A componente normal, $\Delta x_n^{[C]}$, corresponde a uma grandeza escalar, e a componente tangencial, $\Delta x_{si}^{[C]}$, corresponde a uma grandeza vetorial. Os seus valores são obtidos através das expressões:

$$\Delta x_n^{[C]} = \Delta x_i^{[C]} n_i \quad (2.9)$$

$$\Delta x_{si}^{[C]} = \Delta x_i^{[C]} - \Delta x_n^{[C]} n_i \quad (2.10)$$

Os incrementos de força normal e de corte, $\Delta F_n^{[C]}$ e $\Delta F_{si}^{[C]}$ respetivamente, são obtidos com base em leis força-deslocamento lineares:

$$\Delta F_n^{[C]} = k_n \Delta x_n^{[C]} \quad (2.11)$$

$$\Delta F_{si}^{[C]} = -k_s \Delta x_{si}^{[C]} \quad (2.12)$$

onde k_n e k_s correspondem às rigidezes de contacto normal e tangencial. A rigidez normal é calculada pelo modelo de rigidez do contacto e está relacionada com os deslocamentos e força totais. A rigidez tangencial está relacionada com força e deslocamento incrementais, pois tem em conta o novo plano de contacto, logo, a componente tangencial é armazenada na forma vetorial.

A forças normal, $F_n^{[C]}$, e de corte, $F_{si}^{[C]}$, são por fim atualizadas com base nas seguintes equações:

$$F_n^{[C]} = F_n^{[C]anterior} + \Delta F_n^{[C]} \quad (2.13)$$

$$F_{si}^{[C]} = F_{si}^{[C]anterior} + \Delta F_{si}^{[C]} \quad (2.14)$$

A força resultante no contacto, $F_i^{[C]}$, é dada pela soma das suas componentes:

$$F_i^{[C]} = F_n^{[C]} n_i + F_{si}^{[C]} \quad (2.15)$$

2.2.2 Lei do movimento

Conhecidas as forças exercidas no centro de gravidade das partículas aplica-se a segunda lei de Newton, onde, através da integração das suas equações e recorrendo ao método das diferenças centrais, se atualizam as velocidades e os deslocamentos das partículas.

O movimento de translação do centro de massa de uma partícula é descrito pela sua posição, velocidade e aceleração, e o movimento de rotação é descrito através da velocidade angular e aceleração angular.

As leis de movimento são dadas pelas seguintes equações:

$$F_i^{(t)} + F_{i,d}^{(t)} = m \ddot{x}_i^{(t)} \quad (2.16)$$

$$M_3^{(t)} + M_{3,d}^{(t)} = I \dot{\omega}_3^{(t)} \quad (2.17)$$

onde $F_i^{(t)}$ e $M_3^{(t)}$ correspondem à força e ao momento total no instante t , m e I à massa e inércia da partícula, e $\ddot{x}_i^{(t)}$ e $\dot{\omega}_3^{(t)}$ à aceleração e aceleração angular da partícula.

É considerado um amortecimento local não viscoso, cujos valores que o caracterizam, $F_{i,d}^{(t)}$ e $M_{3,d}^{(t)}$, são proporcionais à magnitude da força total atuante desequilibrada e não à sua velocidade, como é o caso do amortecimento tradicional do tipo viscoso.

Estes valores que caracterizam o amortecimento são obtidos através das expressões:

$$F_{i,d}^{(t)} = -\beta_1 \left| F_i^{(t)} \right| \text{sinal}(\ddot{x}_i) \quad (2.18)$$

$$M_{3,d}^{(t)} = -\beta_1 \left| M_3^{(t)} \right| \text{sinal}(\dot{\omega}_3) \quad (2.19)$$

Onde β_1 corresponde ao coeficiente de amortecimento local não viscoso, e a função $\text{sinal}(x)$ pode tomar os valores indicados na expressão seguinte:

$$\text{sinal}(x) = \begin{cases} +1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases} \quad (2.20)$$

O objetivo é anular a força desequilibrada e atingir a solução estática após um certo número de passos de cálculo.

As equações de movimento são integradas utilizando um esquema de diferenças centrais envolvendo o passo de tempo Δt . As velocidades \dot{x}_i e ω_3 são calculadas nos intervalos médios de $t \pm n(\Delta t/2)$, enquanto que as componentes x_i , \ddot{x}_i , $\dot{\omega}_3$, F_i e M_3 são calculadas nos intervalos de tempo primários $t \pm n\Delta t$, representando n o número de passos de cálculo.

As acelerações, $\ddot{x}_i^{(t)}$ e $\dot{\omega}_3^{(t)}$, no tempo t , em termos de velocidades, nos intervalos médios são calculadas através das expressões:

$$\ddot{x}_i^{(t)} = \frac{\dot{x}_i^{(t+(\Delta t/2))} - \dot{x}_i^{(t-(\Delta t/2))}}{\Delta t} \quad (2.21)$$

$$\dot{\omega}_3^{(t)} = \frac{\omega_3^{(t+(\Delta t/2))} - \omega_3^{(t-(\Delta t/2))}}{\Delta t} \quad (2.22)$$

Resolvendo as equações do movimento 2.16 e 2.17 em ordem às velocidades, e substituindo as acelerações indicadas em 2.21 e 2.22 para o tempo $t \pm n(\Delta t/2)$, obtêm-se as velocidades:

$$\dot{x}_i^{(t+(\Delta t/2))} = \dot{x}_i^{(t-(\Delta t/2))} + \left(\frac{F_i^{(t)} + F_{i,d}^{(t)}}{m} \right) \Delta t \quad (2.23)$$

$$\omega_3^{(t+(\Delta t/2))} = \omega_3^{(t-(\Delta t/2))} + \left(\frac{M_3^{(t)} + M_{3,d}^{(t)}}{I} \right) \Delta t \quad (2.24)$$

Por fim, através das velocidades acima obtidas, é atualizada a posição do centro das partículas:

$$x_i^{(t+\Delta t)} = x_i^{(t)} + \dot{x}_i^{(t+(\Delta t/2))} \Delta t \quad (2.25)$$

2.3 Modelo de rigidez e resistência no contacto

O contacto pode ser representado por duas molas, uma a funcionar na direção normal e outra na direção tangencial, permitindo a transferência de forças pontuais, como se pode observar na Figura 2.3.

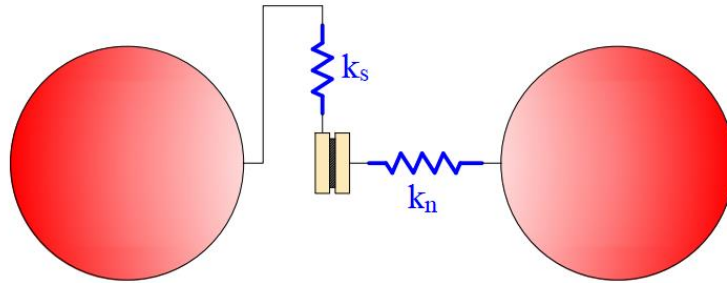


Figura 2.3 – Modelo de contacto linear entre duas partículas

A rigidez total do contacto, nas direções normal e tangencial, é definida através de parâmetros de deformabilidade, definidos pelas seguintes expressões:

$$k_n = \bar{E} \frac{A_c}{d} \quad (2.26)$$

$$k_s = \alpha k_n \quad (2.27)$$

em que \bar{E} é o módulo de elasticidade do material contínuo equivalente, d a distância entre o centro de gravidade das partículas em contacto, A_c a área do contacto e α o fator que relaciona as rigidezes de corte e normal no contacto.

Relativamente à resistência do contacto, as forças na direção normal e tangencial dependem das propriedades resistentes do material. A força de contacto máxima na direção normal, $F_{n,max}$, é dada em função da tensão máxima de tração no contacto, σ_t , e da área do contacto, A_c , através da equação:

$$F_{n,max} = \sigma_t A_c \quad (2.28)$$

A força de contacto na direção tangencial tem em conta a máxima força de coesão, C_{max} , obtida através da área do contacto e da tensão máxima de coesão no contacto, τ , de acordo com a seguinte expressão:

$$C_{max} = \tau A_c \quad (2.29)$$

2.4 Passo de cálculo

As equações de equilíbrio do MED são integradas explicitamente no tempo com base no método das diferenças centrais. A utilização de métodos explícitos de integração numérica implica um limite máximo para o passo de cálculo para que a solução seja exata e para que o algoritmo seja estável (Azevedo, 2003). O passo de cálculo crítico, Δt_{crit} , relaciona-se com a frequência máxima do sistema estrutural e pode ser estimado a partir do teorema de Gerschgorin (Underwood, 1983), sendo dado pela expressão:

$$\Delta t_{crit} \approx \min_i 2 \sqrt{\frac{m_i}{\sum_{j=1}^n k_{ij}}} \quad (2.30)$$

onde i e j são os graus de liberdade correspondentes às linhas e colunas da matriz de rigidez, n é o número máximo de graus de liberdade, $\sum_{j=1}^n k_{ij}$ é a soma absoluta da rigidez de cada uma das linhas da matriz de rigidez e m_i é a massa da partícula com o grau de liberdade i .

Nos casos em que apenas se pretende obter a solução estática, as massas são escaladas de forma a reduzir o número de passos necessários para se atingir a convergência (Azevedo, 2003). Os valores de massa e de inércia escalados são definidos para um passo de cálculo unitário, e para os valores de rigidez dos contactos associados, através das expressões 2.31 e 2.32:

$$m_{esc} = 0.25 \sum_{c=1}^n 2(k_{n,c} + k_{s,c}) \quad (2.31)$$

$$I_{esc} = 0.25 \sum_{c=1}^n (d_{BC}^2 k_{s,c} + d_{AC} d_{BC} k_{s,c}) \quad (2.32)$$

3 GERAÇÃO DE SISTEMAS DE PARTÍCULAS

3.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados os procedimentos relativos à geração aleatória de sistemas de partículas representativas do material que se pretende modelar. Os modelos do tipo MP devem representar o melhor possível a heterogeneidade do betão, bem visível na Figura 3.1. Por razões computacionais é usual limitar o tamanho das partículas mais pequenas, contudo quanto mais detalhada for a representação da heterogeneidade do betão melhor será o desempenho do modelo de partículas.

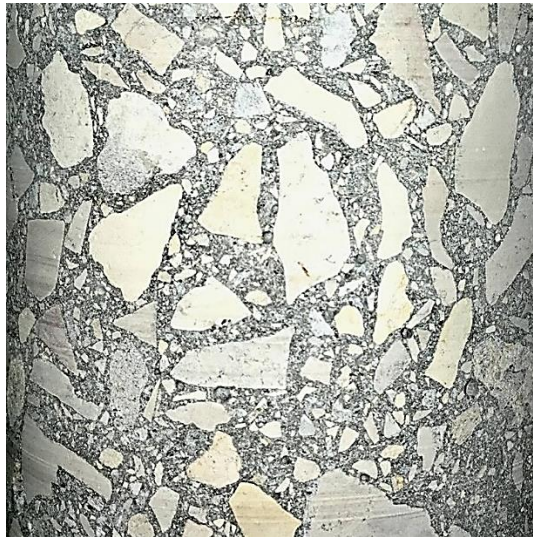


Figura 3.1 – Heterogeneidade do betão

Em Bazant et al (1990) é definida a sequência a adotar para gerar provetes aleatórios de partículas circulares, realizada através dos seguintes passos:

- são especificados os diâmetros máximo e mínimo das partículas a considerar $[D_{min}^s, D_{max}^s]$.
- o diâmetro, D^s , de cada partícula é dado pela equação 3.1:

$$D^s = D_{min}^s + \eta_0(D_{max}^s - D_{min}^s) \quad (3.1)$$

Onde η_0 corresponde a um número aleatório entre 0,0 e 1,0.

- É atribuída uma função de distribuição normal para o centro das partículas e são gerados pares de coordenadas aleatórias (x_i, y_i) , calculadas pelas expressões 3.2 e 3.3:

$$x_i = X_{min} + \eta_1(X_{max} - X_{min}) \quad (3.2)$$

$$y_i = Y_{min} + \eta_2(Y_{max} - Y_{min}) \quad (3.3)$$

Sendo X_{min} , X_{max} , Y_{min} e Y_{max} as coordenadas mínimas e máximas definidas para a secção retangular do provete onde se encontram as partículas. Os valores η_1 e η_2 correspondem a números aleatórios entre 0,0 e 1,0.

Para secções retangulares, a hipótese de números aleatórios uniformemente distribuídos entre 0,0 e 1,0 é válida. Em provetes com geometria mais complexa, normalmente adota-se uma secção retangular envolvente e eliminam-se os pares de coordenadas que estão fora do domínio a representar.

- Para cada novo par de coordenadas gerado é verificada a hipótese de sobreposição com partículas já inseridas ou paredes de fronteira. Se ocorrer sobreposição, esta posição é rejeitada. Para uma partícula nova ser aceite é necessário manter uma distância de todas as outras igual a $\gamma \frac{D_A - D_B}{2}$, cujo valor de γ , de acordo com Wang et al (1999), pode ser considerado igual ao diâmetro mínimo das duas partículas consideradas, ou seja, $\gamma = \min(D_A; D_B)$.

Os raios das partículas são progressivamente reduzidos de forma a que estas sejam mais facilmente encaixadas nos limites previamente definidos.

- A geração aleatória de coordenadas continua até que a área de vazios do provete passe a ser inferior a $\pi(D_{min}^s)^2$, considerando-se em seguida um novo material para preencher os vazios.
- O procedimento termina quando a última partícula do último material, cujos raios são menores, é inserida.

3.2 Exemplos de aplicação

Em seguida ilustram-se os procedimentos base adotados na geração dos sistemas de partículas analisados neste estudo. Cada material é inserido consoante a área total que deverá ocupar no provete. De modo a representar a heterogeneidade presente no betão adotam-se partículas

representativas dos agregados e da pasta de cimento. Relativamente às partículas representativas dos agregados, estas seguem a distribuição granulométrica da Tabela 3.1, onde é considerada uma massa específica total de 1879 kg/m^3 . De forma a maximizar o desempenho computacional, apenas foram consideradas as dimensões de agregados com 4,0-8,0 mm e 8,0-16,0 mm, correspondendo a 44% do volume total de agregados a inserir em cada provete. A restante percentagem corresponde à matriz de cimento.

Tabela 3.1 – Distribuição granulométrica considerada para as partículas dos agregados (1879 kg/m^3)

Dimensão do agregado (mm)	Percentagem (%)
0,00-0,25	8
0,25-0,50	12
0,50-1,00	12
1,00-2,00	10
2,00-4,00	14
4,00-8,00	20
8,00-16,00	24

Desta forma, a área total de agregados a inserir em cada provete depende da área do provete e é dada pela equação 3.4:

$$A_{\text{agregados}} = A_{\text{provete}} \times \frac{1879}{2650} \quad (3.4)$$

Considerou-se para as partículas representantes do agregado um peso volúmico de 26 kN/m^3 , equivalente a uma massa específica de 2650 kg/m^3 e adotou-se uma porosidade de 0,075 para se obter partículas com um grau de compactação elevado.

Na Figura 3.2 apresenta-se a sequência da geração dos sistemas de partículas, onde inicialmente são gerados os vazios correspondentes aos agregados, considerando-se a área dos dois tipos de agregados diferentes (4,0-8,0mm e 8,0-16,0mm). Em seguida são introduzidas as partículas circulares representativas dos agregados e por fim são introduzidas as partículas que representam a pasta de cimento. Na discretização das partículas de agregado e da pasta de cimento adota-se uma distribuição uniforme de partículas com diâmetro entre 0,5 a 1,0 mm e uma porosidade de 0,075 (Azevedo e Lemos, 2004).

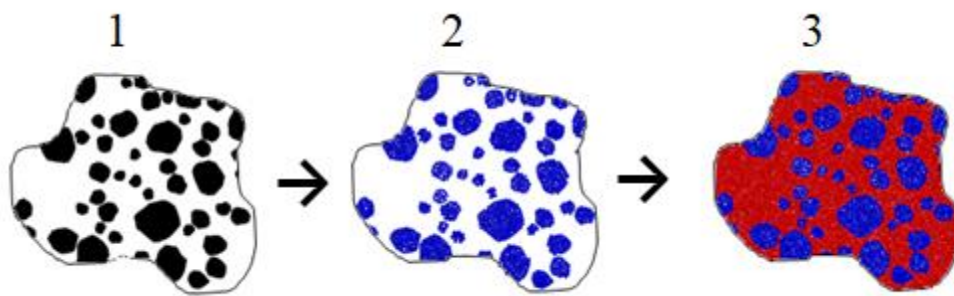


Figura 3.2 – Sequência representativa da geração de sistemas de partículas

Numa segunda fase, é contruída uma malha triangular com base num algoritmo de Delaunay ponderado (Okabe et al., 1992). O diagrama de Voronoi simples associado a um dado ponto, centro de gravidade da partícula, representa o domínio mais próximo do ponto com base numa métrica Euclideana. Os diagramas de Laguerre-Voronoi são construídos com base numa métrica ponderada, que tem em consideração o raio da partícula associado ao ponto. Assim, as arestas dos diagramas de Laguerre-Voronoi são equidistantes dos círculos associados a cada ponto, enquanto as arestas associadas aos diagramas de Voronoi simples são equidistantes dos pontos. Opta-se por diagramas de Laguerre-Voronoi pois, quando comparados com os diagramas de Voronoi simples, as facetas de Laguerre-Voronoi estão mais próximas do plano de contacto pontual, a meia distância entre as partículas, que é o plano usualmente adotado partindo do princípio que as partículas que interagem têm uma geometria circular.

Em seguida, o diagrama de Laguerre-Voronoi associado é construído a partir da estrutura triangular de Delaunay ponderada. Considera-se que duas partículas interagem com base num contato pontual quando os Voronois associados partilharem uma aresta. Na Figura 3.3 é apresentada, de modo a facilitar a compreensão do processo de estabelecimento de contactos, a estrutura granular inicial (Figura 3.3 a), a estrutura triangular de Delaunay ponderada dos centros de gravidade (Figura 3.3 b) e por fim os diagramas de Laguerre-Voronoi que seguem de forma aproximada os tamanhos das partículas circulares. A área de contacto é dada pelo comprimento da aresta de Voronoi associada e pela espessura adotada. De modo a ter em consideração a heterogeneidade do betão são admitidos três tipo de contacto: agregado-agregado, pasta de cimento-pasta de cimento e agregado-pasta de cimento.

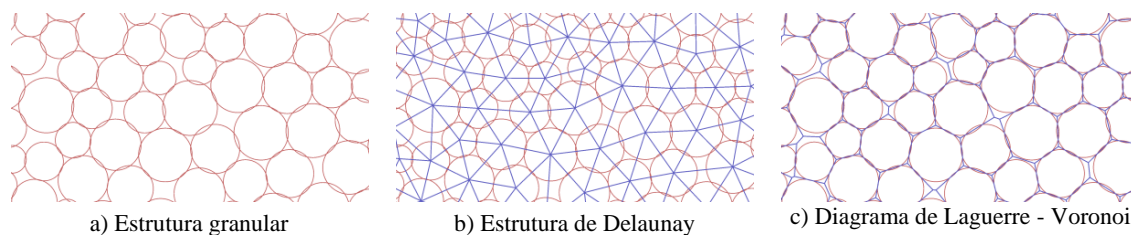


Figura 3.3 – De uma estrutura granular inicial para uma estrutura poligonal, adaptado de Azevedo et al. (2015)

Para o estudo em causa foram considerados doze provetes, quatro para cada tipo de ensaio a ser realizado: compressão simples, tração direta e compressão diametral. As suas designações e dimensões podem ser consultadas na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Designação e dimensões dos provetes

Ensaio	Designação dos provetes	Área do provete (m ²)	Espessura do provete (m)
Compressão	A1 [0,1×0,1m]	0,01	0,1
Tração	A2 [0,1×0,05m]	0,005	
Compressão diametral	A3 [ϕ 0,15m]	0,1767	0,3

Na Tabela 3.3 apresentam-se as áreas dos agregados a considerar para cada provete-tipo. Na Tabela 3.4 apresenta-se o valor médio do número de partículas representativas dos agregados e da pasta de cimento presentes nos sistemas de partículas representativos dos ensaios numéricos realizados. É igualmente apresentado o valor médio do número de contactos em cada ensaio numérico realizado, tal como indicado, existem contactos entre partículas de agregado, entre partículas representativas da pasta de cimento e contactos entre partículas de agregado e partículas representativas da pasta de cimento.

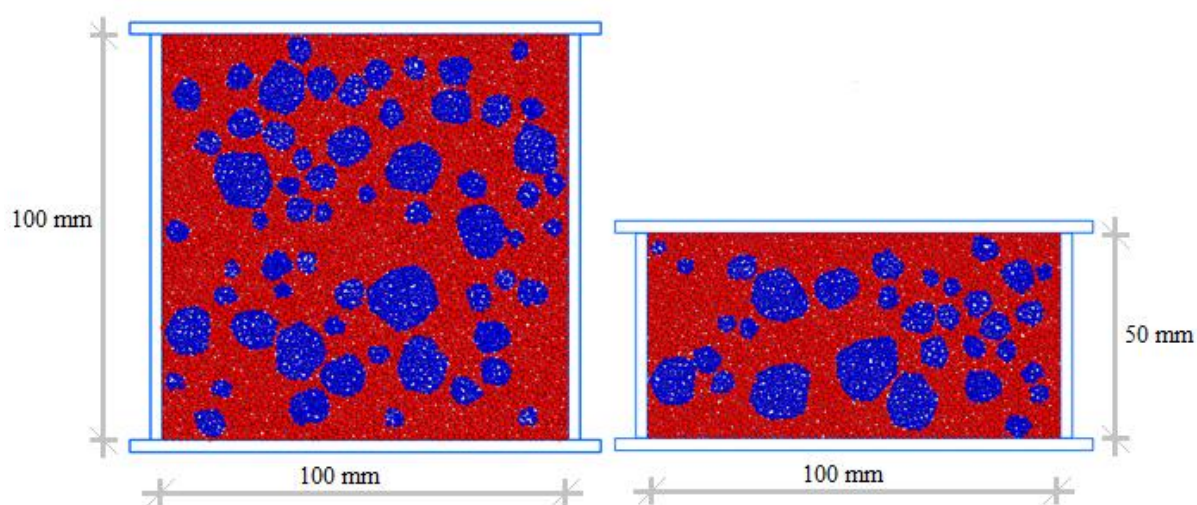
Tabela 3.3 – Área de agregados de cada provete-tipo

Proвете	Área total de agregados [m ²]	Área de agregados 2,00-4,00 mm [m ²]	Área de agregados 8,00-16,00 mm [m ²]
A1	0,00709	0,001707	0,00142
A2	0,003545	0,00085	0,00071
A3	0,012528	0,003010	0,00251

Foram então gerados doze provetes aleatórios. Nas Figuras 3.4 a), 3.4 b) e 3.5 apresentam-se exemplos de provetes utilizados para cada ensaio realizado.

Tabela 3.4 – Características dos sistemas de partículas adotados nos ensaios numéricos realizados

Ensaio	Número de partículas		Número de contactos		
	Agregados	Pasta de cimento	A-A	A-C	C-C
Compressão	1735	4358	4093	2171	11489
Tração	866	2177	2021	1110	5658
Compressão diametral	3074	8837	7200	3966	24007



a) Provete gerado para o ensaio de compressão b) Provete gerado para o ensaio de tração

Figura 3.4 – Exemplo de sistemas de partículas utilizados nos ensaios numéricos de compressão e de tração (provetes A1,1 e A2,1)

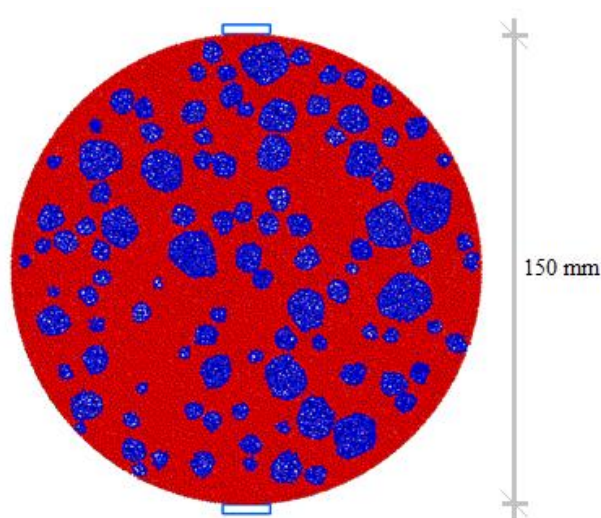


Figura 3.5 – Exemplo de sistemas de partículas utilizados nos ensaios numéricos de compressão diametral (provetes A3,2)

4 MODELOS DE CONTACTO

4.1 Introdução

Os modelos de partículas reproduzem comportamentos macroscópicos semelhantes aos observados em ensaios laboratoriais em materiais quase-frágeis com base em leis de interação simples nos contactos entre partículas. Os modelos de interação mais simples adotados na modelação da fratura do betão e rocha baseiam-se no modelo de Mohr-Coulomb com tensão limite (Azevedo, 2003). No entanto, a resposta dos modelos de partículas com base neste modelo modificado de Mohr-Coulomb é muito mais frágil do que a resposta observada no betão. De modo a obter-se uma resposta mais próxima da observada no betão é necessário recorrer a um nível de discretização muito elevado, de modo a conseguir-se reproduzir a heterogeneidade presente nos materiais. Por exemplo em Nitka (2015) adotam-se valores mínimos de diâmetro da partícula de 0,125 mm, representando-se os três tipos de contacto presentes no betão (agregado-agregado, agregado-pasta de cimento e pasta de cimento-pasta de cimento).

Para obter uma resposta macroscópica próxima da observada no betão para níveis de discretização menos refinados, e de uma maneira computacionalmente aceitável, é possível adotar um modelo de enfraquecimento bilinear ao nível do contacto, como apresentado em Azevedo et al. (2008). A resposta do modelo de partículas em tração e em compressão simples é mais próxima da obtida em ensaios experimentais e bastante mais dútil que a resposta numérica obtida com modelos frágeis.

Foi proposto por Cusatis (2003) um modelo de partículas (MP) que adota um grau de discretização menos refinado, representando somente as partículas de agregado grosso, cujos resultados numéricos obtidos se aproximam bastante dos observados experimentalmente no betão. O modelo constitutivo de contacto é próximo dos modelos do tipo microplano, em que o comportamento não linear do betão é representado em vários planos unidireccionais do tipo vetorial em vez da tradicional relação baseada em leis tensão/deformação do tipo tensorial (Bazant, 2008).

Neste trabalho apresenta-se um modelo de enfraquecimento bilinear (MC1) e um modelo de contacto do tipo microplano (MC2) baseado numa fronteira tensão-deformação.

4.2 Modelo frágil com tensão tração limite

O presente modelo tem como objetivo definir as propriedades resistentes do material e segue o critério de rotura de Mohr-Coulomb com tensão de tração limite (Figura 4.1). Observa-se um

andamento inicial da relação força normal e da força tangencial no contacto, e uma vez atingida a força de tração máxima ($F_{n,max}$) ou a força de corte máxima admissível ($F_{s,max}$), passa a considerar-se um novo andamento para essa mesma relação.

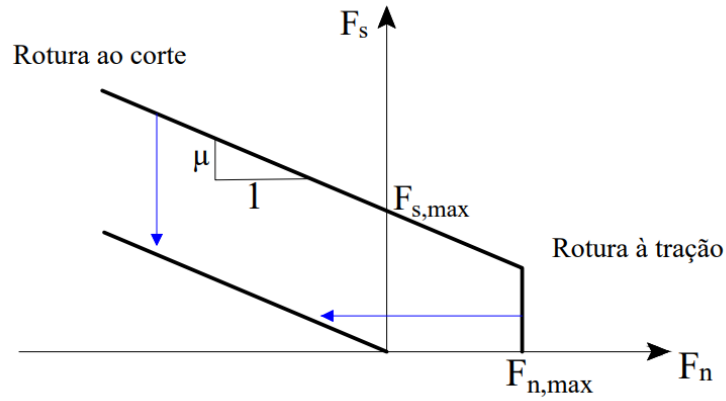


Figura 4.1 – Modelo constitutivo de Mohr-Coulomb com tensão de tração limite

A força no contacto na direção normal, F_n , segue uma relação linear força-deslocamento até se atingir a força de tração limite, $F_{n,max}$ (Figura 4.2) dada pela equação 4.1.

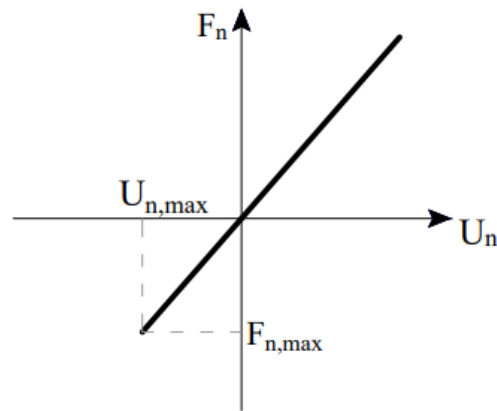


Figura 4.2 – Relação entre a força normal e o deslocamento relativo entre partículas na direção normal

$$F_{n,max} = \sigma_t A_c \quad (4.1)$$

onde σ_t representa a tensão máxima de tração no contacto e A_c é a área de contacto (dada em função do comprimento da aresta de Voronoi associada).

Na direção tangencial, a força de corte máxima admissível, $F_{s,max}$, depende da força normal, F_n , do coeficiente de atrito, μ , e da força máxima de coesão, C_{max} (equação 2.29 do capítulo 2) e é dada pela expressão:

$$F_{s,max} = C_{max} + F_n\mu \quad (4.2)$$

Tal como referido, quando a força de corte a atuar no contacto é superior à força de corte máxima, a interação entre as partículas passa a efetuar-se apenas por atrito puro e o contacto deixa de apresentar coesão, como se observa na Figura 4.3.

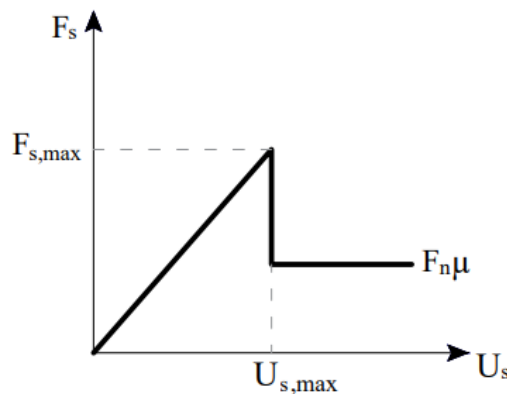


Figura 4.3 – Relação entre a força tangencial e deslocamento relativo entre partículas na direção tangencial

4.3 Modelo de enfraquecimento bilinear (MC1)

De forma análoga ao modelo anterior, o modelo de enfraquecimento bilinear requer a definição das propriedades resistentes do contacto, nomeadamente a tensão máxima de tração do contacto, σ_t , a tensão máxima de coesão do contacto, τ , e o termo de atrito do contacto, μ . O modelo de contacto com enfraquecimento bilinear requer também a definição da energia de fratura de tração, G_I , e da energia de fratura de corte, G_{II} (Anexo II).

Nas Figuras 4.4 e 4.5 apresentam-se os modelos de contacto de enfraquecimento bilinear adotados na direção normal e na direção de corte (Rokugo, 1989).

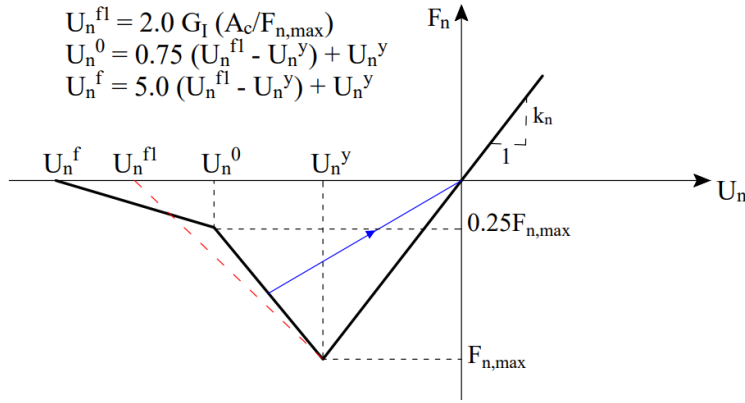


Figura 4.4 – Modelo constitutivo com enfraquecimento bilinear à tração

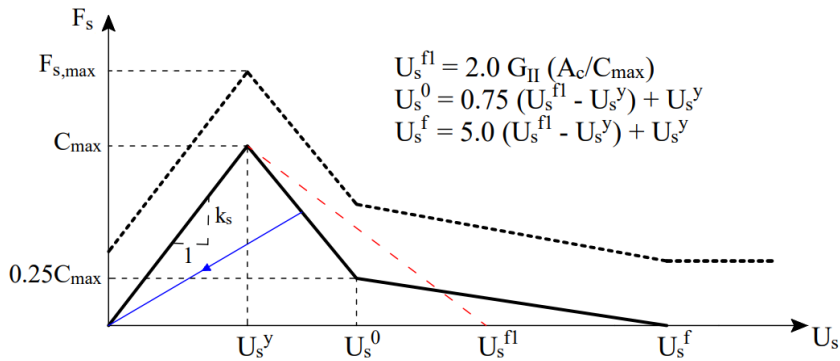


Figura 4.5 – Modelo constitutivo com enfraquecimento bilinear ao corte

De acordo com o indicado nas Figuras 4.4 e 4.5, a partir do momento em que os valores de resistência máximos são atingidos ($F_{n,max}$ para tração e $F_{s,max}$ para o corte), o valor máximo de força de tração resistente e/ou força de coesão máxima são reduzidos com base no valor de dano (D), que varia entre 0, sem dano, e 1, quando o contacto é considerado fendilhado e a funcionar por atrito puro.

Se a fendilhação ocorrer em tração/corte considera-se como sendo uma fenda de tração; se a fendilhação ocorrer em compressão/corte o contacto é considerado como sendo uma fenda de corte.

O valor de dano em tração é definido com base no deslocamento máximo atingido pelo ponto local do contacto na direção normal, U_n (Figura 4.4) e o valor de dano de coesão é definido com base no valor máximo atingido de deslocamento na direção de corte, U_s (Figura 4.5).

Tal como indicado na Figura 4.5, em compressão/corte, apenas o termo de coesão é afetado pelo valor de dano e é também demonstrada a evolução da força de corte do ponto de contacto que tem em consideração, para além da coesão, o termo de atrito associado à força de contacto normal.

Em cada ponto de contacto local o valor de dano, D , pode ser dado ou pela soma das componentes normal e de corte, ou pelo valor máximo de cada tipo de dano. Nos resultados numéricos apresentados optou-se por definir o valor de dano como sendo o valor máximo de dano atingido. Com base no valor de dano atualizado do ponto local do contacto, a resistência máxima de tração e a força máxima de coesão do ponto são dadas pelas seguintes expressões:

$$F_{n,max}^{novo} = DF_n \quad (4.3)$$

$$C_{max}^{novo} = DC_{max} \quad (4.4)$$

Se a energia de fratura associada ao contacto for igual à componente elástica, o modelo de enfraquecimento bilinear tem uma resposta idêntica à de um modelo frágil, assumindo um critério de rotura de Mohr-Coulomb com tensão de tração limite.

Ao adotar-se um modelo de contacto de enfraquecimento bilinear a propagação da fratura ocorre de forma mais suave e controlada do que quando se utiliza um modelo frágil. No entanto, a resposta macroscópica continua a ter um carácter frágil.

4.4 Modelo do tipo microplano (MC2)

O modelo de contacto do tipo microplano é baseado no conceito de uma fronteira tensão-deformação introduzido em Bazant (2008) para modelos do tipo microplano. De forma simplificada, o modelo de contacto tem por base uma só fronteira tensão-deformação, introduzindo-se o conceito de tensão equivalente, σ_{eq} , obtida por:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma^2 + \frac{\tau_s^2}{\alpha}} \quad (4.5)$$

No contacto, a tensão normal, σ , e tensão de corte, τ_s , são dadas em função da força normal, F_n , da força de corte, F_s , e da área do contacto, A_c , através das expressões:

$$\sigma = \frac{F_n}{A_c} \quad (4.6)$$

$$\tau_s = \frac{\|F_s\|}{A_c} \quad (4.7)$$

A fronteira tensão-deformação equivalente permite simular o enfraquecimento e o endurecimento, dependendo do comportamento do estado de tensão do contacto. Esta é definida em termos da deformação efetiva, ε , e da variável de acoplamento, ω , e é representada pela função:

$$\sigma_b(\varepsilon, \omega) = \sigma_0(\omega) \exp \left\{ \frac{K(\omega)}{\sigma_0(\omega)} \langle \varepsilon_1(\varepsilon, \omega) - \varepsilon_0(\varepsilon, \omega) \rangle \right\} \quad (4.8)$$

em que o valor da diferença $\langle \varepsilon_1(\varepsilon, \omega) - \varepsilon_0(\varepsilon, \omega) \rangle = \max \{ \varepsilon_1(\varepsilon, \omega) - \varepsilon_0(\varepsilon, \omega), 0 \}$

A função $\varepsilon_0(\varepsilon, \omega)$ representa o limite da deformação em que a fronteira já não é igual a $\sigma_0(\omega)$ mas sim alterada de forma exponencial em função de $\varepsilon_1(\varepsilon, \omega) - \varepsilon_0(\varepsilon, \omega)$.

A deformação efetiva, ε , é obtida pela expressão:

$$\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_n^2 + \alpha \varepsilon_s^2} \quad (4.9)$$

sendo a deformação efetiva normal, ε_n , e tangencial, ε_s , obtidas através do deslocamento normal, U_n , e tangencial, U_s , e da distância entre partículas, d :

$$\varepsilon_n = \frac{U_n}{d} \quad (4.10)$$

$$\varepsilon_s = \frac{\|U_s\|}{d} \quad (4.11)$$

A função $\varepsilon_1(\varepsilon, \omega)$ é dada por:

$$\varepsilon_1(\varepsilon, \omega) = \begin{cases} \varepsilon & se \quad \omega \leq \omega_0 \\ \varepsilon_{max} & se \quad \omega > \omega_0 \end{cases} \quad (4.12)$$

em que o parâmetro ε_{max} representa a irreversibilidade do dano a nível do contacto dado por:

$\varepsilon_{max} = \sqrt{(\varepsilon_{n,max})^2 + \alpha (\varepsilon_{s,max})^2}$, sendo $\varepsilon_{n,max}$ e $\varepsilon_{s,max}$ os valores máximos de deformação da direção normal e corte, respetivamente.

Para $\omega \leq \omega_0$ a evolução é por endurecimento do contacto e para $\omega > \omega_0$ a evolução da fronteira é dada por enfraquecimento.

O acoplamento, ω , é obtido através da expressão:

$$\tan \omega = \frac{\sigma}{\tau_s / \sqrt{\alpha}} \quad (4.13)$$

Na Figura 4.6 observa-se a função $\sigma_0(\omega)$, que representa a fronteira limite no plano (σ, τ_s) , e traduz-se por:

$$\sigma_0(\omega) = \begin{cases} \sigma_{01}(\omega) & \text{se } \omega \leq \omega_0 \\ \sigma_{02}(\omega) & \text{se } \omega > \omega_0 \end{cases} \quad (4.14)$$

Em que $\tan \omega_0 = \frac{\sigma_0}{\tau / \sqrt{\alpha}}$ corresponde ao ponto de interseção das duas curvas (Figura 4.6) e está relacionado com o ângulo de atrito interno, μ , do modelo de contacto do tipo microplano.

A função $\sigma_{01}(\omega)$ (Figura 4.6) representa a fronteira elástica para estados de tensão de compressão elevada e é representada por uma função elíptica igual a:

$$\sigma^2 + \frac{\tau_s^2}{\beta} = \sigma_c^2 \quad (4.15)$$

Onde σ_c é a máxima tensão de compressão no contacto. Considerou-se um valor de β igual a 1,0.

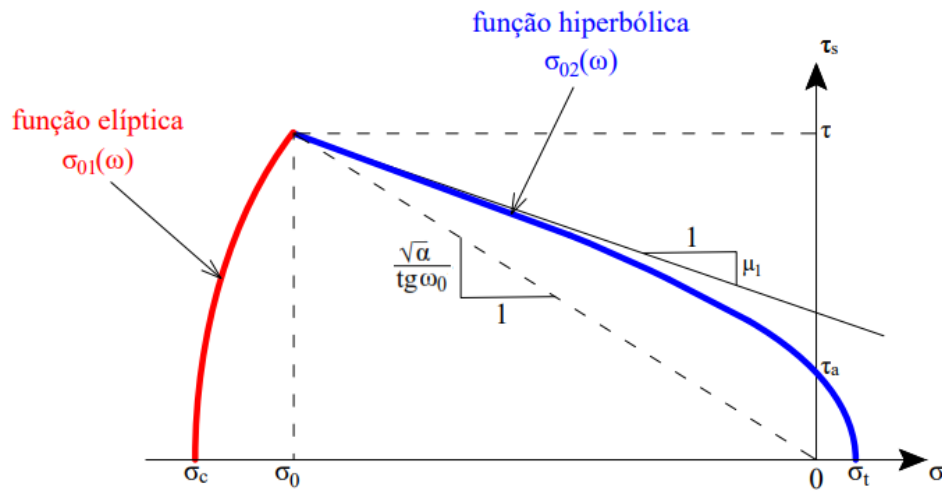


Figura 4.6 – Fronteira limite do plano (σ, τ_s) segundo o modelo do microplano

Considerando $s = \sin(\omega)$ e $c = \cos(\omega)$, a expressão para $\sigma_{01}(\omega)$ pode ser dada por:

$$\sigma_{01}(\omega) = \frac{\sigma_c}{\sqrt{s^2 + \alpha c^2/\beta}} \quad (4.16)$$

A função $\sigma_{02}(\omega)$ (Figura 4.6) representa a fronteira elástica para estados de tensão de tração/corte e compressão/corte e é representada por uma função hiperbólica, que relaciona a tensão de corte no contacto τ_s , com a tensão normal no contacto σ , considerando:

$$\tau_s = \mu_1 \sqrt{(\sigma - \sigma_t - \sigma_a)^2 - \sigma_a^2} \quad (4.17)$$

Sendo σ_a a intersecção da assíntota da função hiperbólica com o eixo σ dada pela expressão 4.18, e μ_1 um coeficiente que se relaciona com o acoplamento através da expressão 4.19:

$$\sigma_a = 0.5 \sigma_t (\tau_s^2 / (\mu \sigma_t)^2 - 1) \quad (4.18)$$

$$\omega = \arctan(\sqrt{\alpha}/\mu_1) \quad (4.19)$$

A expressão para $\sigma_{02}(\omega)$ representa uma função hiperbólica e é dada por:

$$\sigma_{02}(\omega) = \frac{-(\sigma_t + \sigma_a) s + \sqrt{[(\sigma_t + \sigma_a)s]^2 + [\alpha (c/\mu_1)^2 - s^2](\sigma_t + 2\sigma_a)\sigma_t}}{\alpha (c/\mu_1)^2 - s^2} \quad (4.20)$$

em que σ_t é a tensão máxima de tração no contacto. A coesão aparente τ_a é dada pela intersecção da função hiperbólica com o eixo τ_s .

A evolução da fronteira tensão-deformação equivalente é definida em função do declive inicial $K(\omega)$:

$$K(\omega) = \begin{cases} K_c - K_c \left(\frac{\omega + \pi/2}{\omega_0 + \pi/2} \right)^{n_c} & \text{se } \omega \leq \omega_0 \\ -K_t f(\lambda) + K_t f(\lambda) \left(\frac{\omega + \pi/2}{\omega_0 + \pi/2} \right)^{n_t} & \text{se } \omega > \omega_0 \end{cases} \quad (4.21)$$

em que $f(\lambda)$ é o termo que tem em conta a tensão de confinamento do contacto na resposta do mesmo, contudo será considerado um valor de $f(\lambda) = 1,0$ para este estudo.

De modo a preservar a correta dissipação de energia em modo I e modo II a curva tensão-deformação deve ser igual a G_{II} e G_I .

A função do declive inicial em tração e em corte puro é exponencial e dada por:

$$-K(\omega = \pi/2) = K_t = \frac{2 E}{\left(\frac{L_t^{cr}}{L} - 1\right)} \quad (4.22)$$

$$-K(\omega = 0) = K_s = \frac{2 E}{\left(\frac{L_s^{cr}}{L} - 1\right)} \quad (4.23)$$

Os dois comprimentos característicos do contacto são dados por:

$$L_t^{cr} = \frac{2 E G_I}{(\sigma_t)^2} \quad (4.24)$$

$$L_s^{cr} = \frac{2 \alpha E G_{II}}{(\tau_a)^2} \quad (4.25)$$

Assim, o valor de expoente n_t é dado por:

$$n_t = \frac{\ln \left[K_t / (K_t - K_s) \right]}{\ln(1 - \omega_0 / \pi)} \quad (4.26)$$

e usualmente adota-se n_t igual a 2,0.

O valor de dano é dado por:

$$D = 1 - \sigma_{eq} / E \varepsilon \quad (4.27)$$

Em que σ_{eq} é a tensão efetiva do contacto, após correção da fronteira tensão-deformação equivalente, e ε é a deformação efetiva do contacto.

Dado o valor de dano, as componentes de tensão normal e de corte são dadas por:

$$\sigma = (1 - D) E \varepsilon_n \quad (4.28)$$

$$\tau_s = (1 - D) \alpha E \varepsilon_s \quad (4.29)$$

Assim, são por fim definidas as forças normal e de corte:

$$F_n = \sigma A_c \quad (4.30)$$

$$F_s = \tau_s A_c \quad (4.31)$$

Neste modelo do tipo microplano o coeficiente de atrito limite μ não é um parâmetro de entrada, mas é dado por:

$$\mu = \arctan(\sqrt{\alpha}/\tan(\omega_0)) \quad (4.32)$$

4.5 Comparação dos resultados obtidos com os modelos de contacto MC1 e MC2

Para comparar os resultados obtidos com os modelos de contacto MC1 e MC2 foram simulados numericamente três ensaios diferentes: i) ensaio de corte puro; ii) ensaio de tração simples e iii) ensaios de compressão/corte e tração/corte.

Estes ensaios numéricos foram realizados para um modelo simples partícula/parede, com apenas um contacto. Adotou-se um modelo de parede, de forma a garantir que a normal do contacto se mantém constante durante os ensaios com corte. Nos ensaios realizados controla-se o deslocamento da partícula, na direção normal ou de corte, admitindo-se uma velocidade constante (Figura 4.7). Nos ensaios de compressão/corte e tração/corte aplica-se numa fase inicial a força de contacto na direção normal.

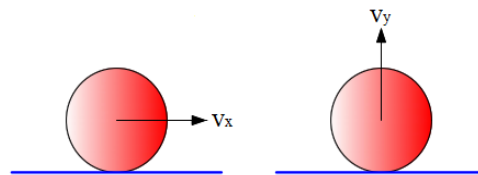


Figura 4.7 – Sentido das velocidades aplicadas na partícula em contacto com uma parede nos ensaios de corte puro, tração simples e compressão/corte e tração/corte

4.5.1 Ensaio de corte puro

Para este ensaio aplicou-se uma velocidade tangencial, na direção paralela ao plano de contacto e consideraram-se os parâmetros indicados na Tabela 4.1. Indicam-se apenas os parâmetros de contacto resistentes necessários para um ensaio de corte puro.

Tabela 4.1 – Parâmetros considerados para o ensaio de corte puro entre uma partícula e uma parede

A_c (m ²)	τ (MPa)
0,02	22,0

Fazendo variar a energia de fraturação ao corte, G_{II} , entre 2,5 N/m e 5,0 N/m obtiveram-se os gráficos representados na Figura 4.8, para o modelo com enfraquecimento bilinear e para o modelo do tipo microplano. É possível concluir que os modelos conseguiram atingir a tensão tangencial

máxima para o caso de corte puro e verifica-se que quanto maior é a energia de fratura ao corte adotada mais dúctil será a resposta do contacto. Verifica-se também que o modelo do tipo microplano apresenta, após se atingir o valor máximo, um comportamento próximo dos modelos com enfraquecimento do tipo exponencial.

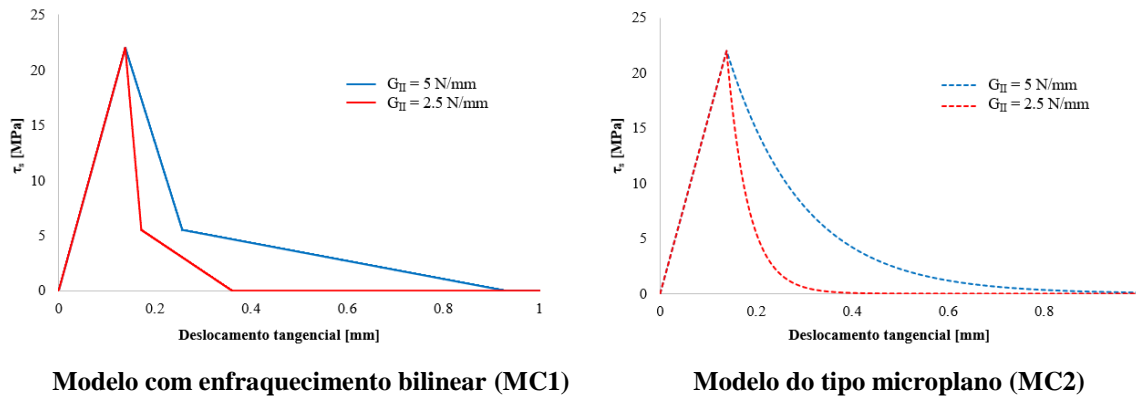


Figura 4.8 – Variação da tensão tangencial em função do deslocamento, de um ensaio de corte puro, no contacto partícula/parede, considerando diferentes energias de fratura (modelos MC1 e MC2)

Na Figura 4.9 compara-se a resposta dos modelos de contacto para um valor da energia de fratura de corte de 2,5 N/m, podendo-se concluir que os modelos apresentam uma resposta muito similar.

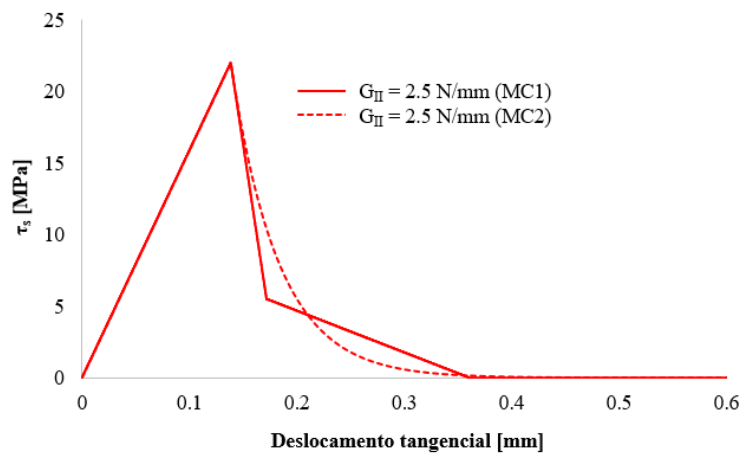


Figura 4.9 – Comparação entre os modelos MC1 e MC2 quanto à variação da tensão tangencial em função do deslocamento, para o contacto partícula/parede, para uma energia de fratura ao corte de 2,5 N/mm

4.5.2 Ensaio de tração simples

Para este ensaio aplicou-se uma velocidade vertical segundo a direção normal ao plano de contacto e consideraram-se os parâmetros indicados na Tabela 4.2. Indicam-se apenas os parâmetros de contacto resistentes necessários para um ensaio de tração simples.

Tabela 4.2 – Parâmetros considerados para o ensaio de tração simples entre uma partícula e uma parede

A_c (m ²)	σ_t (MPa)
0,02	11,0

Fazendo variar a energia de fracturação à tração, G_I , entre 0,15 N/m, 0,3 N/m e 0,5 N/m obtiveram-se os gráficos que se apresentam na Figura 4.10, para o modelo com enfraquecimento bilinear e para o modelo do tipo microplano. É possível concluir que os modelos conseguiram atingir a tensão máxima de tração adotada e verifica-se que quanto maior é a energia de fratura mais dúctil será a resposta do contacto. Verifica-se que, tal como na direção tangencial, o modelo do tipo microplano apresenta após se atingir o valor máximo um comportamento próximo dos modelos com enfraquecimento do tipo exponencial.

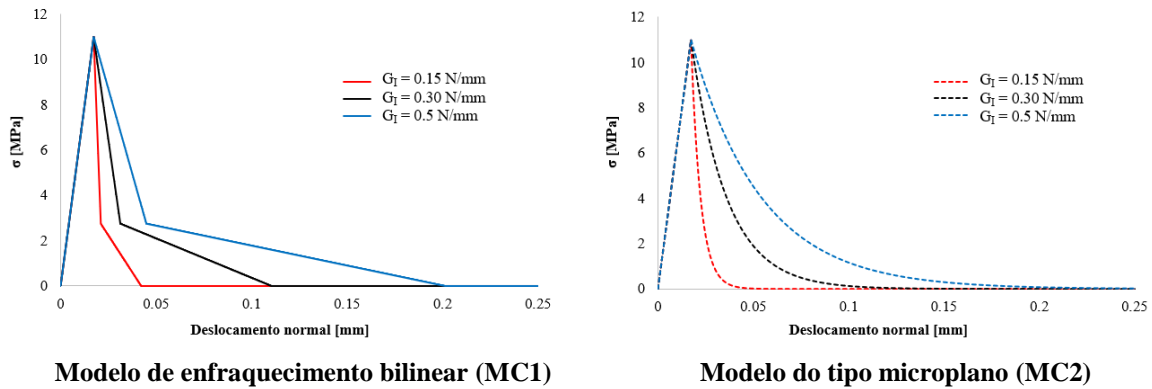


Figura 4.10 – Variação da tensão normal em função do deslocamento, de um ensaio de tração simples, no contacto partícula/parede, considerando diferentes energias de fratura (modelos MC1 e MC2)

Comparando os dois modelos relativamente ao ensaio de tração simples para um valor de energia de fratura de 0,30 N/m (Figura 4.11) pode-se concluir que ambos são bastante próximos e que um modelo bilinear é uma boa aproximação do modelo de comportamento do tipo exponencial.

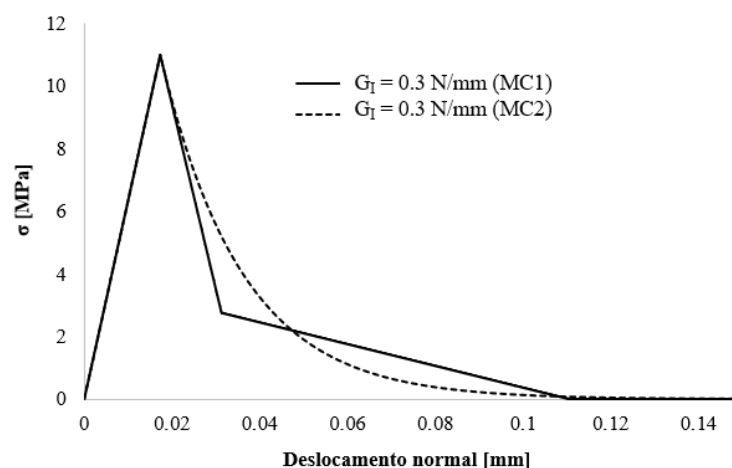


Figura 4.11 – Comparação entre os modelos MC1 e MC2 quanto à variação da tensão tangencial em função do deslocamento, para o contacto partícula/parede, para uma energia de fratura à tração de 0,3 N/mm

4.5.3 Ensaio compressão/corte e tração/corte

Para estes ensaios aplicou-se inicialmente uma força vertical na direção normal de modo a aplicar um dado valor inicial de tensão normal no contacto. Após se atingir uma resposta estática aplicou-se uma velocidade na direção tangencial ao plano de contacto mantendo-se constante o valor da força aplicada à partícula na direção normal. Consideraram-se os parâmetros da Tabela 4.3 abaixo.

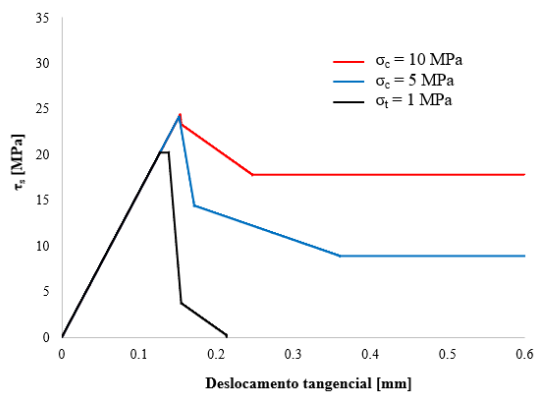
Tabela 4.3 – Parâmetros considerados para o ensaio a variar a tensão normal de uma partícula e uma parede

A_c (m ²)	σ (MPa)	τ (MPa)
0,02	11,0	22,0

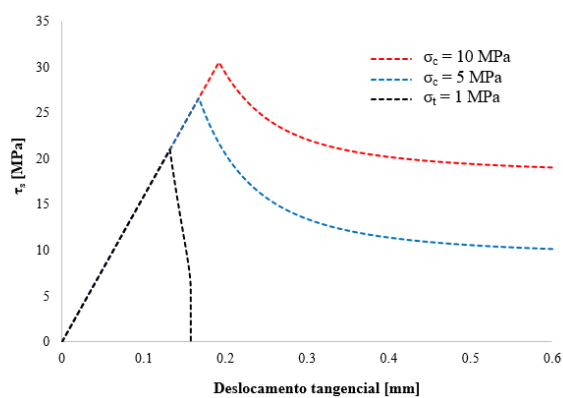
Considerou-se uma energia de fratura à tração, G_I , de 0,15 N/m e uma energia de fratura ao corte G_{II} de 2,0 N/m, obtendo-se os gráficos que se apresentam na Figura 4.12. Para o modelo frágil, considerado na resposta inicial, a tensão de corte máxima depende da tensão normal e da coesão máxima, pois $\tau_{s,max} = \tau + \sigma\mu$. Considerando $\mu = 1,78$ tem-se os valores esperados indicados na Tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Valores de tensão de corte esperados, segundo o modelo frágil, para as tensões normais aplicadas

	$\tau_{s,max}$ (MPa)
Tração - $\sigma_t = 1,0$	20,22
Compressão - $\sigma_c = 5,0$	30,90
Compressão - $\sigma_c = 10,0$	39,80



Modelo de enfraquecimento bilinear (MC1)

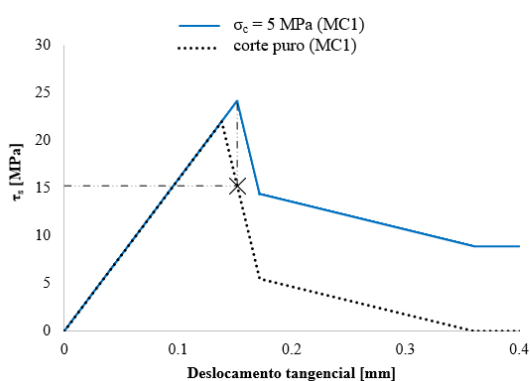


Modelo do tipo microplano (MC2)

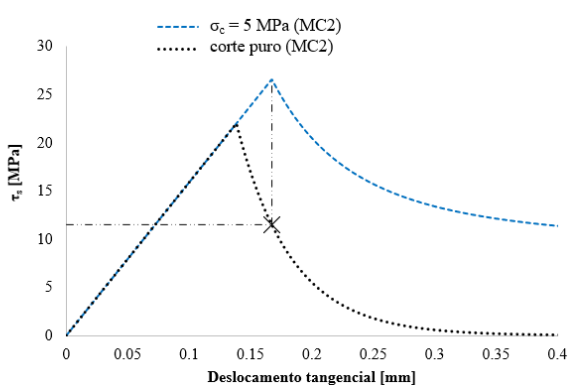
Figura 4.12 – Variação da tensão tangencial em função do deslocamento, de ensaio compressão/corte e tração/corte, para o contacto partícula/parede, considerando diferentes tensões normais (modelos MC1 e MC2)

É possível concluir que para o caso do ensaio com tensão normal à tração, os modelos conseguiram atingir a tensão tangencial máxima estimada. Nos dois casos de ensaios de compressão/corte, os modelos não atingiram a tensão de corte máxima esperada. Isto deve-se ao facto de os modelos já apresentarem dano relativamente à tensão de coesão máxima (τ) antes de se atingir o valor máximo de resistência ao corte.

Analisando em particular, o caso de compressão/corte para um valor de tensão de compressão de 5,0 MPa, onde a tensão de corte máxima esperada seria $\approx 30,90$ MPa e considerando o respetivo ensaio de corte puro é possível calcular o dano que o termo de coesão τ apresenta para cada modelo, e como este afeta a tensão máxima de corte $\tau_{s,max}$ obtida (Figura 4.13 e Tabela 4.5).



Modelo de enfraquecimento bilinear (MC1)



Modelo do tipo microplano (MC2)

Figura 4.13 – Gráfico tensão tangencial-deslocamento num ensaio considerando uma tensão normal de compressão de 5,0 MPa e num ensaio de corte puro

Tabela 4.5 – Coesão com dano e tensão tangencial máxima obtida para um ensaio considerando uma tensão normal de compressão de 5,0 MPa (modelos MC1 e MC2)

Modelo	τ_{dano} (MPa)	$\tau_{s,max}$ (MPa)
MC1	15,26	24,16
MC2	11,50	26,55

Na Figura 4.14 compara-se a resposta dos modelos de contacto para um valor de tensão normal de compressão de 5,0 MPa. Observa-se que o modelo do tipo microplano apresenta uma resposta ligeiramente mais dúctil do que a resposta do modelo com enfraquecimento bilinear. De referir que no modelo microplano o termo de atrito é definido de forma indireta com base em vários parâmetros enquanto no modelo bilinear o termo de atrito é um dos parâmetros que se tem de definir.

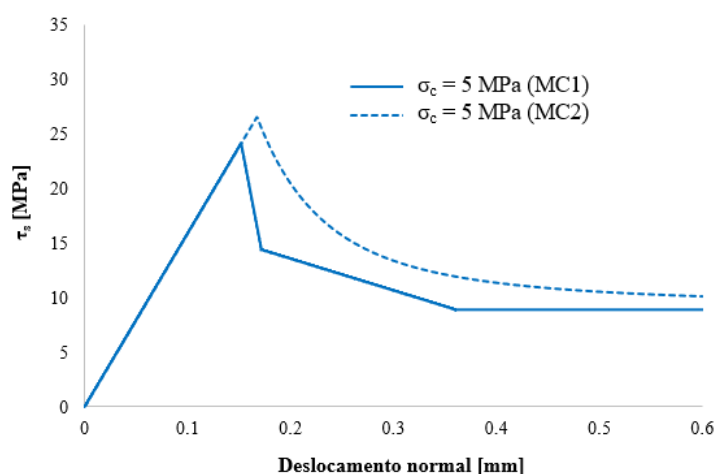


Figura 4.14 – Comparação entre os modelos (MC1 e MC2) para um ensaio compressão/corte considerando uma tensão normal de compressão de 5,0 MPa

5 ENSAIOS DE FRATURA

5.1 Introdução

O modelo de partículas proposto foi utilizado na simulação de ensaios uniaxiais de compressão e de tração e em ensaios de compressão diametral. Os estudos paramétricos realizados têm como objetivo facilitar o processo de calibração do modelo, analisar a influência dos parâmetros elásticos e resistentes na resposta macroscópica do sistema de partículas e avaliar a adequabilidade do modelo para representar o comportamento do betão. Realizou-se ainda uma análise comparativa do desempenho dos modelos de contacto apresentados no capítulo 4. Os ensaios foram realizados tendo em consideração as geometrias indicadas no capítulo 3.2.

Nos ensaios de compressão uniaxial impôs-se na placa superior uma velocidade vertical de cima para baixo de $0,625 \times 10^{-10}$ m/s, nos ensaios de tração uniaxial impôs-se na placa superior uma velocidade vertical de baixo para cima de $0,625 \times 10^{-11}$ m/s, e nos ensaios de compressão diametral, impôs-se na placa superior uma velocidade vertical de cima para baixo de $0,3125 \times 10^{-10}$ m/s. Os valores de velocidade referidos foram definidos de forma a garantir condições de ensaio quase-estáticas.

Em todos os ensaios numéricos realizados: i) adota-se um coeficiente de amortecimento local elevado, de 0.70, de modo a garantir condições quase-estáticas, ii) as paredes inferiores são fixas e iii) as paredes apenas transmitem forças às partículas na direção normal. Nos ensaios de compressão uniaxial e de compressão diametral as paredes apenas transmitem forças às partículas com que interagem se os contactos respectivos se encontrarem sob compressão.

5.2 Influência dos parâmetros de deformabilidade

Numa primeira fase, foi realizado um estudo paramétrico de forma a determinar a influência da relação entre a rigidez normal e de corte dos contactos (α) e do módulo de elasticidade equivalente, \bar{E} , nos valores do módulo de Young, E , e do coeficiente de Poisson, ν , dos sistemas de partículas adotados. Foram representados dois módulos de elasticidade equivalente diferentes, um relativo às ligações agregado-agregado (\bar{E}_A) e um relativo à interação agregado-cimento e cimento-cimento (\bar{E}_C). Analisaram-se somente os provetes relativos aos ensaios de compressão uniaxial.

De forma a analisar a influência da relação entre as rigidezes normal e de corte e a relação entre os módulos equivalentes dos materiais considerados, foram estudados dois casos: a) \bar{E}_A igual a $2,8\bar{E}_C$ e b) \bar{E}_A igual a $1,4\bar{E}_C$. Considerou-se para \bar{E}_A um valor fixo de 35,0 GPa.

Na Figura 5.1, apresenta-se a evolução dos parâmetros elásticos macroscópicos (módulo de Young e coeficiente de Poisson) para vários valores de módulo equivalente da ligação entre partículas de agregados e para diferentes valores do parâmetro α , para o caso de estudo a) com \bar{E}_A igual a $2,8\bar{E}_C$.

Observa-se que o módulo de Young macroscópico do sistema depende de ambos os parâmetros de deformabilidade considerados, sendo mais sensível para valores de \bar{E}_A mais elevados. Verifica-se ainda que o coeficiente de Poisson macroscópico é influenciado essencialmente pelo parâmetro α que relaciona os termos de rigidez normal e tangencial.

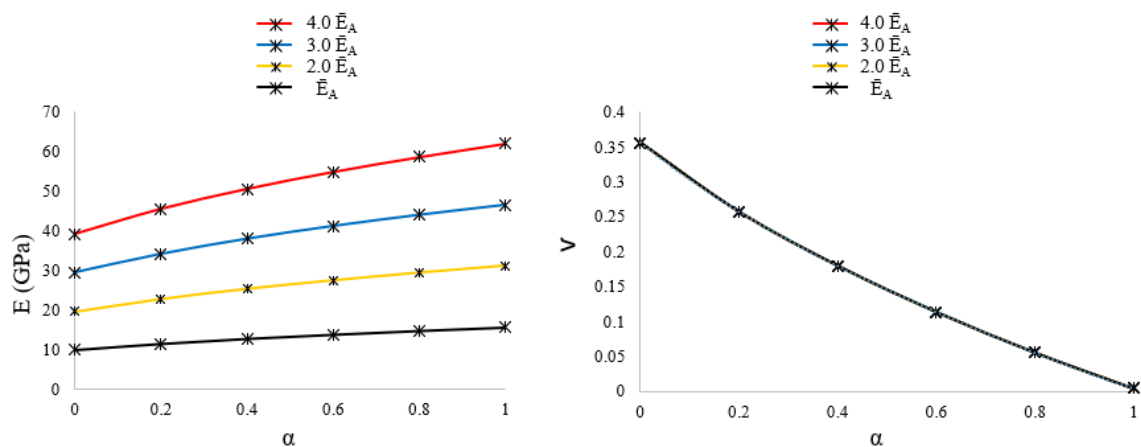


Figura 5.1 – Influência da relação entre a rigidez normal e a rigidez de corte nos parâmetros elásticos macroscópicos no caso de estudo a) $\bar{E}_A=2,8\bar{E}_C$

Na Figura 5.2 apresenta-se igualmente a distribuição dos parâmetros de deformabilidade macroscópicos (módulo de Young e coeficiente de Poisson) considerando o caso de estudo b) com \bar{E}_A igual a $1,4\bar{E}_C$. Obtém-se uma evolução dos valores macroscópicos similar à obtida no caso de estudo a), verificando-se, tal como esperado, um maior valor do módulo de elasticidade macroscópico para os mesmos valores de \bar{E}_A , dado neste caso de estudo se considerar uma maior rigidez dos contactos representativos da pasta de cimento.

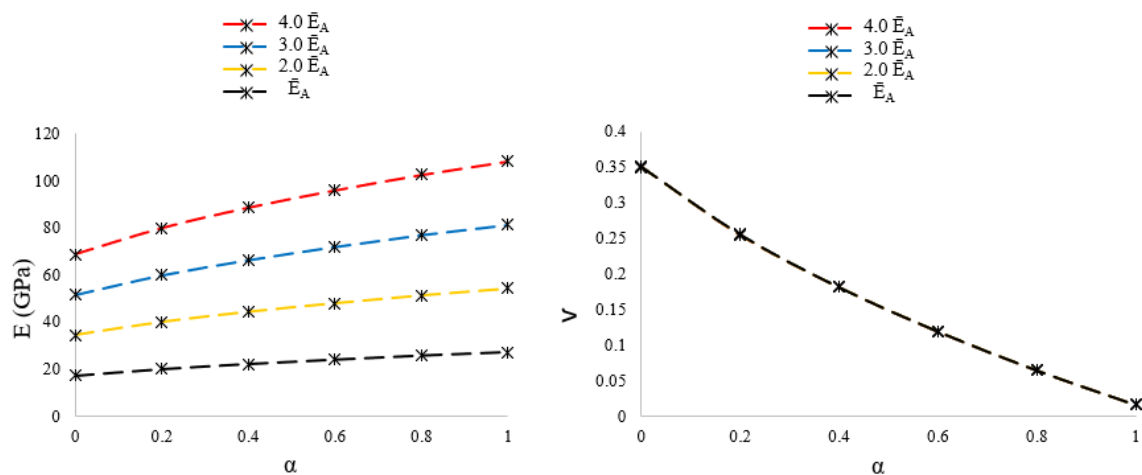


Figura 5.2 – Influência da relação entre a rigidez normal e a rigidez de corte nos parâmetros elásticos macroscópicos no caso de estudo b) $\bar{E}_A=1,4\bar{E}_C$

Na Tabela 5.1 apresentam-se os parâmetros elásticos macroscópicos representativos do betão que se pretendeu modelar (Vonk, 1993).

Tabela 5.1 – Parâmetros de deformabilidade macroscópicos

E (GPa)	ν
32,0	0,2

Com base no estudo paramétrico apresentado anteriormente, é possível aproximar a evolução do coeficiente de Poisson macroscópico em função do parâmetro α . Na Figura 5.3 apresenta-se uma função polinomial do quarto grau, que aproxima o coeficiente de Poisson para os casos de estudo analisados. Deste modo é possível determinar o parâmetro α com base num dado valor do coeficiente de Poisson do material a modelar.

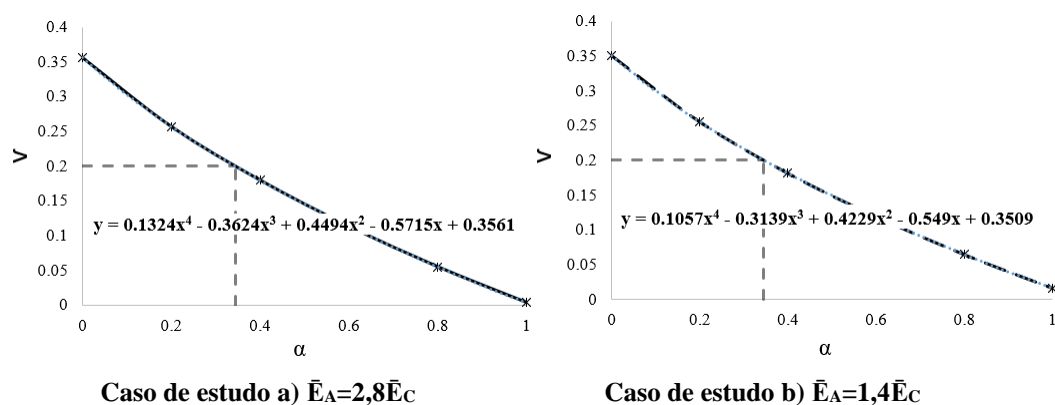


Figura 5.3 – Polinómios que permitem a determinação do parâmetro α com base no coeficiente de Poisson, para os casos de estudo analisados

Os valores dos módulos de deformabilidade equivalente têm de ser determinados através de um processo iterativo, com base no valor do parâmetro α obtido anteriormente. É possível aferir de forma gráfica um valor para o módulo de elasticidade equivalente da ligação entre agregados, e através da relação \bar{E}_A/\bar{E}_C , obter o módulo de elasticidade equivalente das ligações da pasta de cimento. Na Figura 5.4 apresenta-se o processo de iteração correspondente aos casos de estudo a) e b) respetivamente. Na Tabela 5.2 apresenta-se um quadro resumo dos módulos equivalentes obtidos com base no processo iterativo.

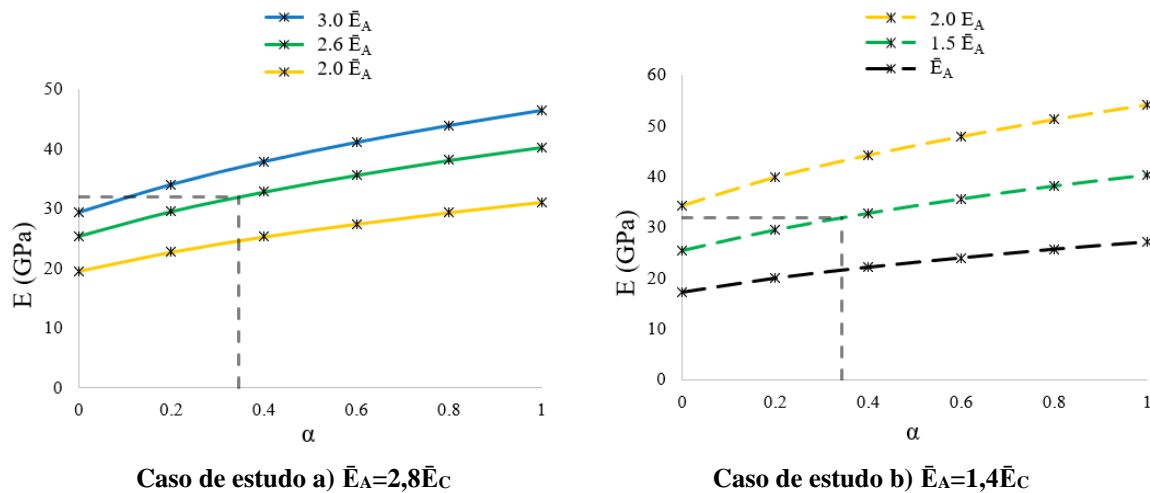


Figura 5.4 – Determinação gráfica dos módulos de deformabilidade equivalente, com base na relação entre a rigidez normal e a rigidez de corte

Na Tabela 5.2 apresentam-se os parâmetros elásticos dos contactos do tipo agregado-agregado e do tipo agregado-pasta de cimento que foram definidos no processo de calibração descrito, para os dois casos analisados. De referir que nos contactos entre partículas representativas da pasta de cimento considerou-se o mesmo valor de modulo equivalente adotado para a ligação agregado-pasta de cimento.

Tabela 5.2 – Parâmetros elásticos

	\bar{E}_A/\bar{E}_C	\bar{E}_A (GPa)	\bar{E}_C (GPa)	α
Caso de estudo a) $\bar{E}_A=2,8\bar{E}_C$	2,8	91,1	32,5	0,34
Caso de estudo b) $\bar{E}_A=1,4\bar{E}_C$	1,4	52,0	37,1	0,34

5.3 Influência dos parâmetros de resistência

Na Tabela 5.3 apresentam-se os parâmetros macroscópicos obtidos com um modelo 2D de partículas poligonais deformáveis proposto por Vonk (1993). Em Vonk (1993) é demonstrado que

o modelo numérico proposto apresenta excelente correlação com os valores observados no betão em ensaios uniaxiais de compressão e tração. Os ensaios numéricos apresentados em Vonk (1993) têm sido adotados na validação de modelos de partículas 2D equivalentes ao adotado neste trabalho (Monteiro Azevedo, 2003, Serra, 2018).

Tabela 5.3 – Parâmetros definidos segundo Vonk (1993)

\bar{G}_I [N/mm]	σ_c [MPa]	σ_t [MPa]	σ_c/σ_t	E [GPa]	ν
0,54 a 0,98	42,0	3,7	11,351	32,0	0,2

Na Tabela 5.4 apresentam-se os parâmetros de resistência do contacto que possibilitam uma excelente correlação entre os parâmetros macroscópicos apresentados em Vonk (1993) e os resultados numéricos obtidos com o modelo de partículas adotando um modelo de enfraquecimento bilinear (capítulo 4.3). Com base nos parâmetros de resistência do contacto indicados na Tabela 5.4 foi realizado um estudo paramétrico de forma a avaliar a influência dos parâmetros resistentes do contacto, nomeadamente a relação entre tensão normal e coesão τ/σ_t , as energias de fratura G_I e G_{II} (onde se considerou uma relação G_I/G_{II} de 100) e o coeficiente de atrito μ do contacto. Os estudos paramétricos foram realizados para o modelo com enfraquecimento bilinear e para o modelo do tipo microplano. Nos ensaios numéricos realizados adotou-se um comportamento elástico linear nos contactos entre partículas representativas dos agregados.

De forma a estudar a influência de cada parâmetro foram analisados diversos casos de estudo para quatro energias de fratura em modo I (G_I), considerando diferentes valores para a relação τ/σ_t e para μ . Relativamente à relação entre tensão normal e coesão, consideraram-se dois casos de estudo: a) tensão normal constante e b) coesão contante.

Tabela 5.4 – Parâmetros de resistência do contacto

Ligação entre partículas	σ_t [MPa]	τ [MPa]	G_I [N/mm]	G_{II} [N/mm]	μ	τ/σ_t
A-C	1,95	3,90	0,0072	0,72	0,3	3,5
C-C	6,83	13,65				

5.3.1 Relação entre a tensão normal e a tensão de coesão

Para esta relação foram considerados os valores apresentados na Tabela 5.5. No caso de estudo a), manteve-se o valor da tensão normal indicado na Tabela 5.4 e no caso de estudo b) manteve-se contante o valor da coesão (τ).

Tabela 5.5 – Relações consideradas para a relação τ/σ

τ/σ_t			
1,0	1,75	3,5	5,25

5.3.1.1 Tensão normal constante

Ensaio de compressão

Na Figura 5.5 apresenta-se, para o caso de tensão normal constante e para vários valores de energia de fratura, a evolução da tensão de compressão macroscópica para os modelos considerados. Verifica-se que para o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1) a influência da relação τ/σ_t é mais acentuada do que com o modelo microplano (MC2). Em ambos os modelos, quanto maior a relação τ/σ_t (maior o valor de coesão do contacto) e quanto maior o valor da energia de fratura do contacto em modo I, maior é o valor de compressão simples macroscópica. Verifica-se ainda que para valores de relação τ/σ_t baixos, menor é a influência da energia de fratura no valor de compressão simples obtido com os modelos de partículas.

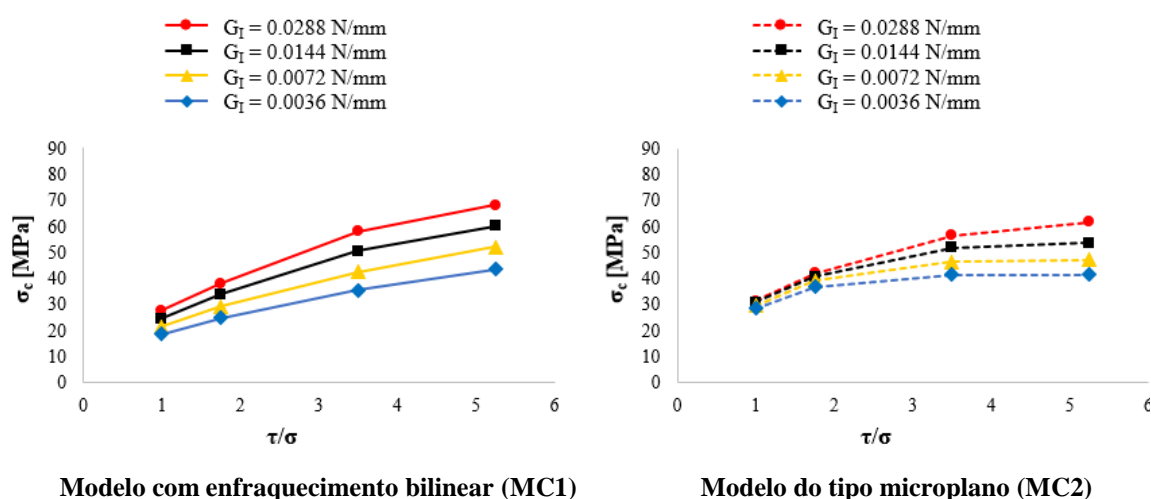


Figura 5.5 – Variação da tensão de compressão macroscópica com a variação da relação τ/σ_t , considerando tensão normal constante

Ensaio de tração

Na Figura 5.6 apresenta-se a evolução da tensão de tração direta macroscópica para os modelos de contacto considerados. Observa-se que a relação τ/σ_t e o valor da energia de fratura do contacto em modo I influenciam de forma moderada o valor de tração simples macroscópico obtido com o modelo de contacto MC1. Assim, quanto maior a relação τ/σ_t e o valor da energia de fratura do contacto em modo I maior é o valor de tração simples obtido numericamente. Verifica-se ainda que com o modelo MC2 a relação τ/σ_t e o valor da energia de fratura do contacto em modo I têm pouca influência no valor de tração simples obtido numericamente.

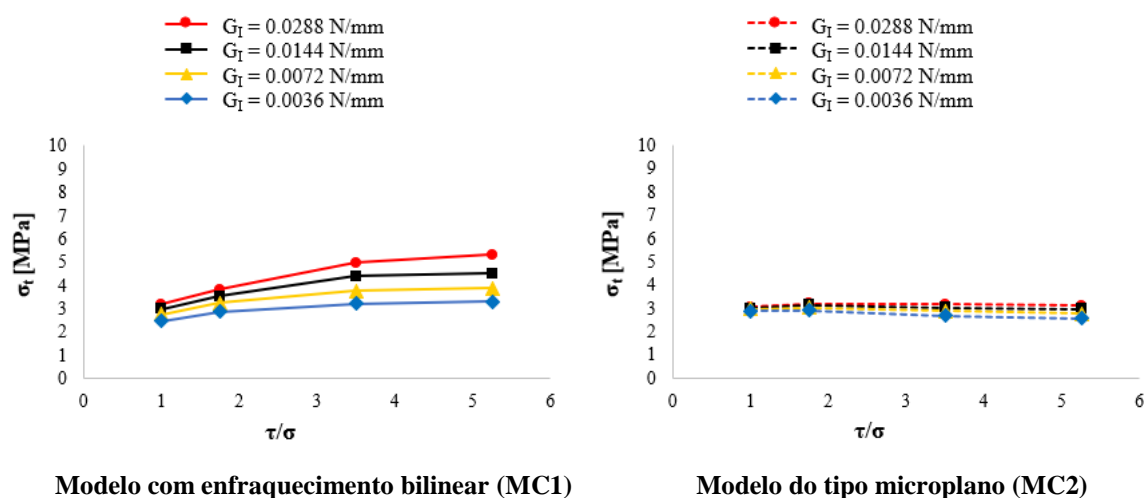
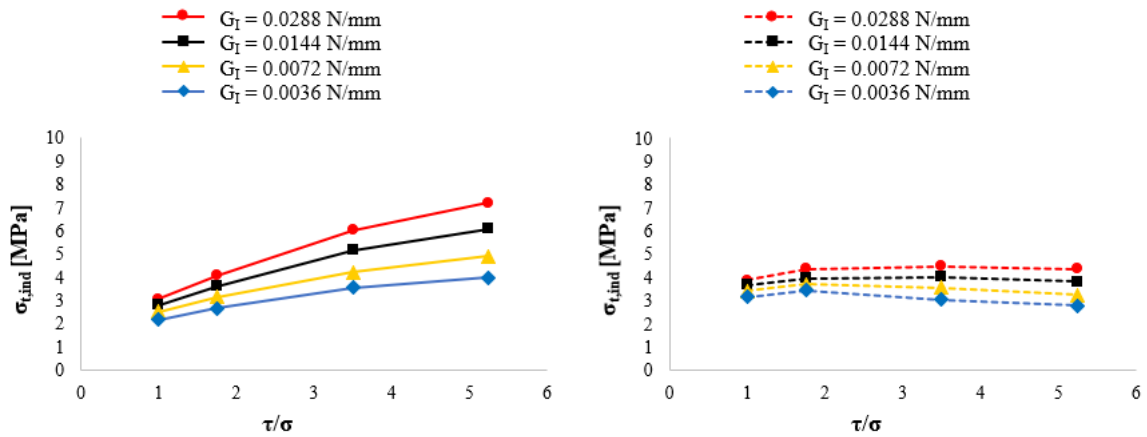


Figura 5.6 – Variação da tensão de tração macroscópica com a variação da relação τ/σ_t , considerando tensão normal constante

Ensaio de compressão diametral

Na Figura 5.7 apresenta-se a evolução da tensão de tração macroscópica obtida em ensaios de compressão diametral para os modelos de contacto considerados. Observa-se que a relação τ/σ_t e o valor da energia de fratura do contacto em modo I influenciam o valor de tração indireta obtido com o modelo de contacto MC1. Assim, quanto maior a relação τ/σ_t e o valor da energia de fratura do contacto em modo I, maior é o valor de tração indireta obtido numericamente. Verifica-se ainda que com o modelo MC2 a relação τ/σ_t e o valor da energia de fratura do contacto em modo I têm pouca influência no valor de tração obtido numericamente em ensaios de compressão diametral, ver Anexo III.

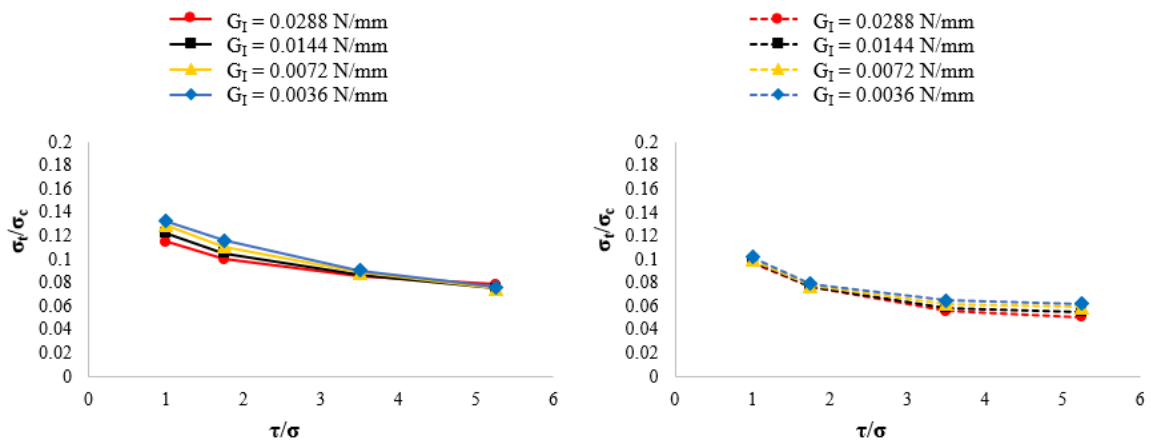


Modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)

Modelo do tipo microplano (MC2)

Figura 5.7 – Variação da tensão de tração em ensaios de compressão diametral com a variação da relação τ/σ_t , considerando tensão normal constante

Na Figura 5.8 apresenta-se a evolução do quociente entre a tensão de tração e a tensão de compressão obtido numericamente para os modelos de contacto considerados. Observa-se que o valor de energia de fratura adotado em modo I não tem praticamente influência sobre o valor do quociente σ_T/σ_C em ambos os modelos de contacto. Verifica-se igualmente que um acréscimo do valor da coesão do contacto (τ/σ_t crescente) conduz a uma diminuição do quociente σ_T/σ_C obtido numericamente com ambos os modelos de enfraquecimento.



Modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)

Modelo do tipo microplano (MC2)

Figura 5.8 – Variação do quociente entre a tensão de tração e a tensão de compressão simples com a variação da relação τ/σ_t , considerando tensão normal constante

Na Figura 5.9 apresenta-se a evolução do quociente entre a tensão de tração indireta e a tensão de tração obtido numericamente para os modelos de contacto considerados. Observa-se que o valor de energia de fratura adotado em modo I não tem praticamente influência sobre o valor do quociente $\sigma_{T,ind}/\sigma_T$ obtido com o modelo MC1. Verifica-se igualmente que um acréscimo do valor da coesão do contacto (τ/σ_t crescente) conduz a um aumento do quociente $\sigma_{T,ind}/\sigma_T$ obtido numericamente com o modelo MC1. Observa-se ainda que no modelo MC2 o valor de energia de fratura do contacto em

modo I tem uma ligeira influência sobre o quociente $\sigma_{T,ind}/\sigma_T$ obtido. Verifica-se que com o modelo MC2 obtém-se sempre um valor do quociente $\sigma_{T,ind}/\sigma_T$ superior a 1,0, ao contrário do modelo MC1 em que para valores de τ/σ_t baixos se obtêm valores de quociente $\sigma_{T,ind}/\sigma_T$ inferiores a 1,0. De referir que no betão é expectável obter valores de quociente $\sigma_{T,ind}/\sigma_T$ da ordem de 1,4 (Azevedo, 2003).

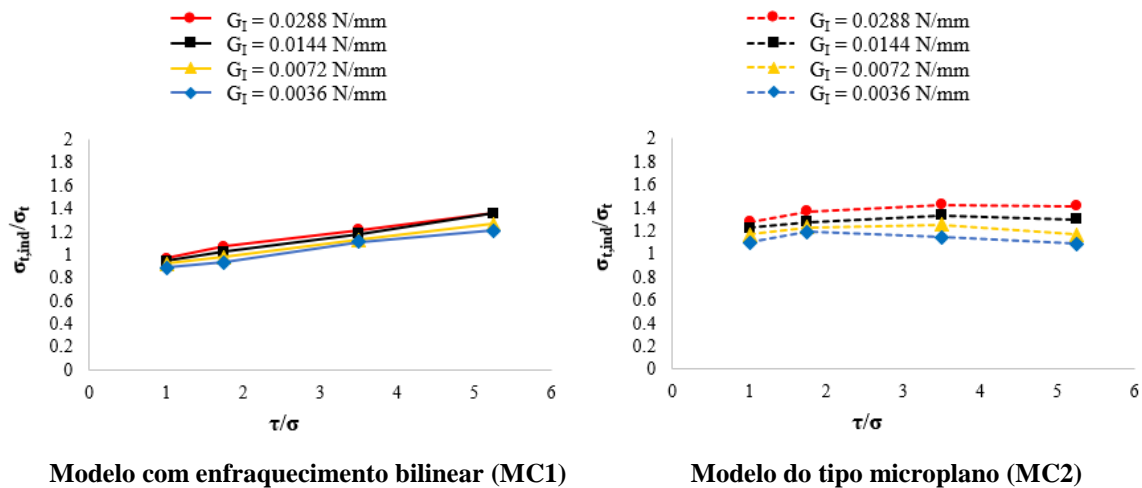
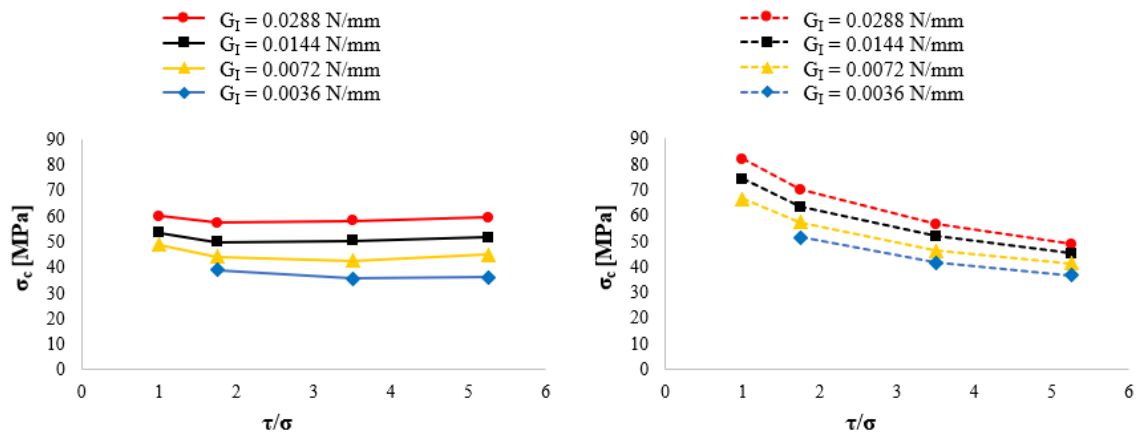


Figura 5.9 – Variação do quociente entre tração indireta, obtida em compressão diametral, e tração simples com a variação da relação τ/σ_t , considerando tensão normal constante

5.3.1.2 Coesão constante

Ensaio de compressão

Na Figura 5.10 apresenta-se, para o caso de coesão constante e para vários valores de energia de fratura, a evolução da tensão de compressão macroscópica para os modelos considerados. Verifica-se que com o modelo MC2 a influência da relação τ/σ_t é mais acentuada do que com o modelo MC1. No modelo MC2 quanto maior a relação τ/σ_t (menor o valor de tração do contacto) e quanto menor o valor da energia de fratura do contacto em modo I, menor é o valor de compressão simples macroscópica. Verifica-se ainda que no modelo MC1 o valor adotado de energia de fratura do contacto em modo I tem maior influência sobre o valor de compressão simples obtido numericamente. Para uma relação τ/σ_t de 1,0, o valor de energia de fratura (0,0036 N/mm) é inferior ao valor da energia de fratura da parte elástica e por isso a resposta do contacto seria frágil não tendo pois sido considerada esta contribuição em ambos os modelos.



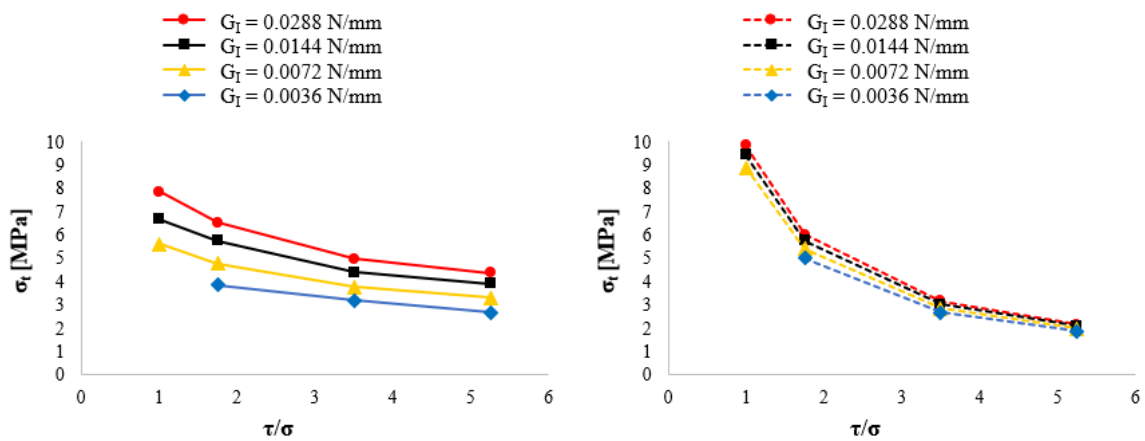
Modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)

Modelo do tipo microplano (MC2)

Figura 5.10 – Variação da tensão de compressão macroscópica com a variação da relação τ/σ_t , considerando coesão constante

Ensaio de tração

Na Figura 5.11 apresenta-se a evolução da tensão de tração direta macroscópica para os modelos de contacto considerados. Observa-se que a relação τ/σ_t influencia o valor de tração simples macroscópico obtido com ambos os modelos de contacto, sendo mais acentuada com o modelo MC2. Observa-se que a influência do valor da energia de fratura do contacto em modo I é mais acentuada nos valores numéricos obtidos com o modelo de contacto MC1.



Modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)

Modelo do tipo microplano (MC2)

Figura 5.11 – Variação da tensão de tração macroscópica com a variação da relação τ/σ_t , considerando coesão constante

Ensaio de compressão diametral

Na Figura 5.12 apresenta-se a evolução da tensão de tração macroscópica obtida em ensaios de compressão diametral para os modelos de contacto considerados. Observa-se que a relação τ/σ_t influencia de forma significativa o valor de tração indireta obtido com o modelo de contacto MC2. Assim, quanto maior a relação τ/σ_t , menor é o valor de tração indireta obtido numericamente com o modelo MC2. Verifica-se ainda que com o modelo MC1 a relação τ/σ_t tem pouca influência nos valores numéricos obtidos. Em ambos os modelos o valor da energia de fratura do contacto em modo I influencia o valor de tração obtido numericamente em ensaios de compressão diametral, sendo este efeito mais visível no modelo MC1.

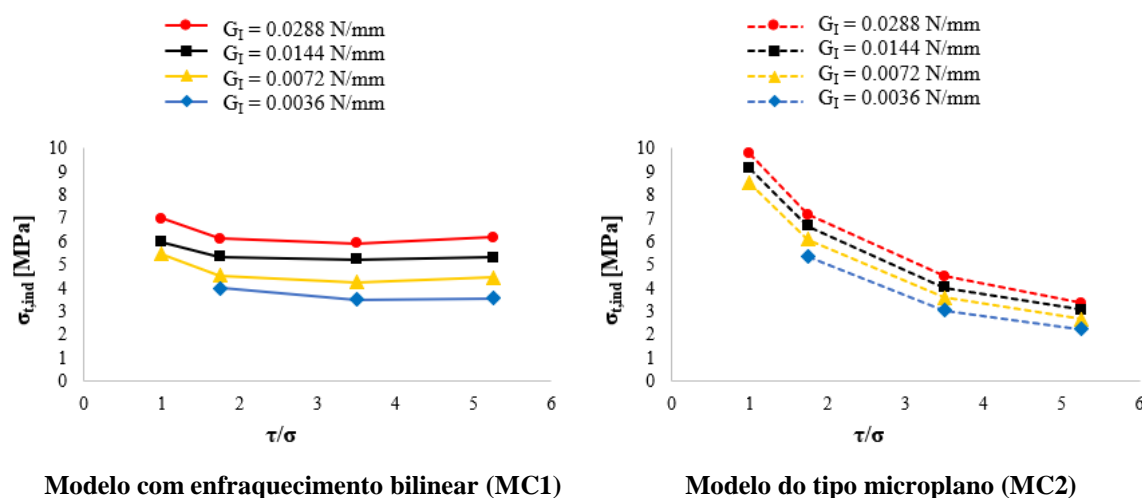


Figura 5.12 – Variação da tensão de tração em ensaios de compressão diametral com a variação da relação τ/σ_t , considerando coesão constante

Na Figura 5.13 apresenta-se a evolução do quociente entre a tensão de tração e a tensão de compressão obtido numericamente para os modelos de contacto considerados. Observa-se que o valor de energia de fratura adotado em modo I não tem praticamente influência sobre o valor do quociente σ_T/σ_C em ambos os modelos de contacto. Verifica-se igualmente que um decréscimo do valor da tensão do contacto (τ/σ_t crescente) conduz a uma diminuição do quociente σ_T/σ_C obtido numericamente com ambos os modelos de enfraquecimento.

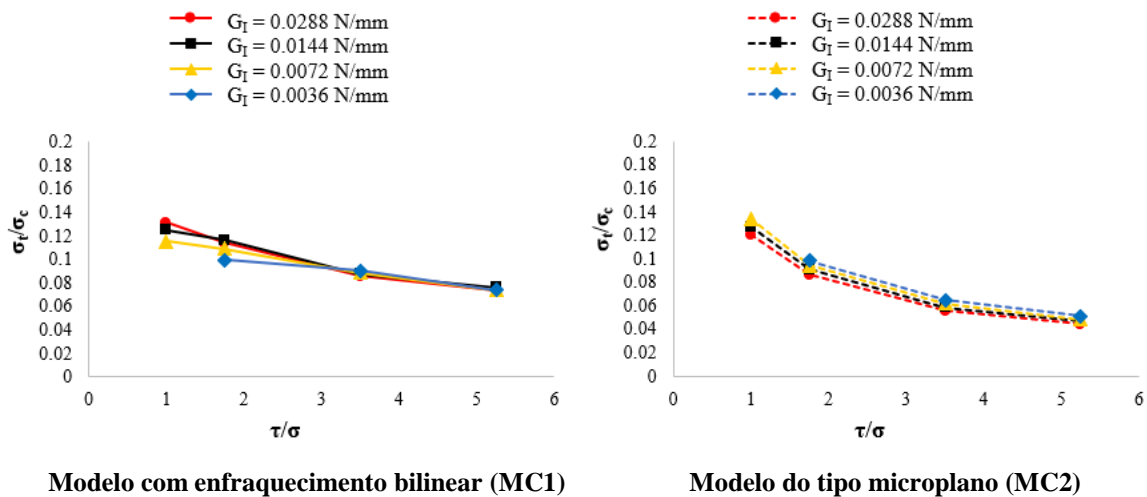


Figura 5.13 – Variação do quociente entre a tensão de tração e a compressão simples com a variação da relação τ/σ_t , considerando coesão constante

Na Figura 5.14 apresenta-se a evolução do quociente entre a tensão tração indireta e a tensão de tração obtida numericamente para os modelos de contacto considerados. Observa-se que o valor de energia de fratura adotado em modo I não tem praticamente influência sobre o valor do quociente $\sigma_{T,ind}/\sigma_T$ obtido com o modelo MC1. Verifica-se igualmente que um decréscimo do valor da tensão de tração do contacto (τ/σ_t crescente) conduz a um aumento do quociente $\sigma_{T,ind}/\sigma_T$ obtido numericamente em ambos os modelos. Observa-se ainda que com no modelo MC2 o valor de energia de fratura do contacto em modo I tem uma ligeira influência sobre o quociente $\sigma_{T,ind}/\sigma_T$ obtido. Verifica-se que com o modelo MC2 obtém-se sempre um valor do quociente $\sigma_{T,ind}/\sigma_T$ igual ou superior a 1,0, ao contrário do modelo MC1 que para valores de τ/σ_t baixos se obtém valores de quociente $\sigma_{T,ind}/\sigma_T$ inferiores a 1,0. Como referido anteriormente, no betão é expectável obter valores de quociente $\sigma_{T,ind}/\sigma_T$ da ordem de 1,4 (Azevedo, 2003).

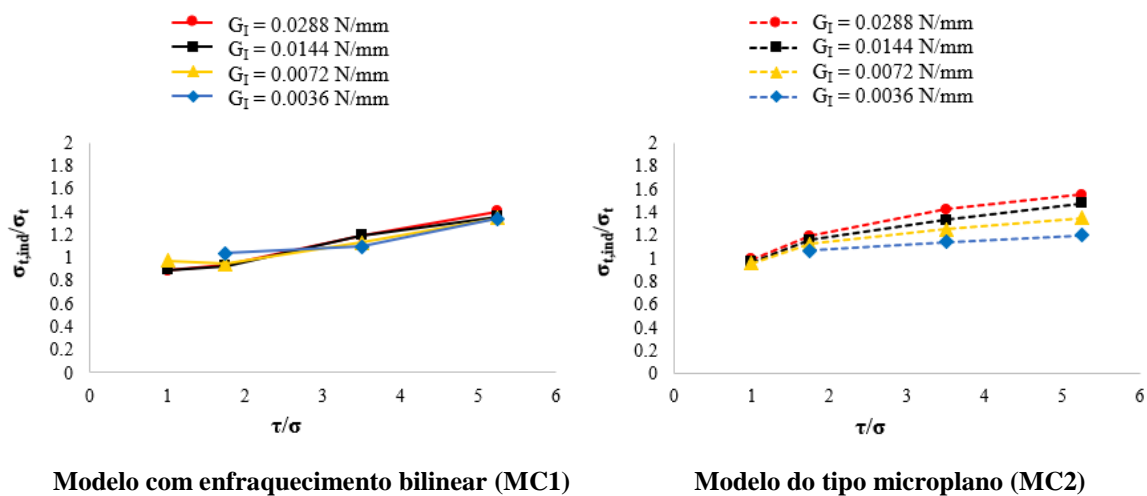


Figura 5.14 – Variação do quociente entre a tração indireta, obtida em compressão diametral, e a tração simples com a variação da relação τ/σ_t , considerando coesão constante

5.3.2 Coeficiente de atrito no modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)

Para o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1) analisou-se a influência do termo de atrito do contacto na resposta macroscópica do sistema de partículas. É de referir que no modelo do tipo microplano (MC2) o termo de atrito do contacto é uma variável interna do modelo (equação 4.32). Assim, para as quatro energias de fratura em modo I (G_I) e para a relação τ/σ_i indicada na Tabela 5.4, avaliou-se a influência do termo de atrito do contacto na resposta macroscópica.

Na Figura 5.15 apresenta-se, para vários valores de energia de fratura, a evolução das tensões de compressão e tração macroscópicas para o modelo MC1 em função do valor do termo de atrito do contacto. Verifica-se que o termo de atrito do contacto tem uma ligeira influência no valor de compressão obtido numericamente, constatando-se que valores crescentes do termo de atrito conduzem a maiores valores de compressão macroscópica. Observa-se que, a partir de um determinado valor do termo de atrito, a influência no valor de compressão obtido numericamente é menos acentuada. Verifica-se que o termo de atrito praticamente não influencia a tensão de tração macroscópica e a tensão de tração obtida em ensaios de compressão diametral.

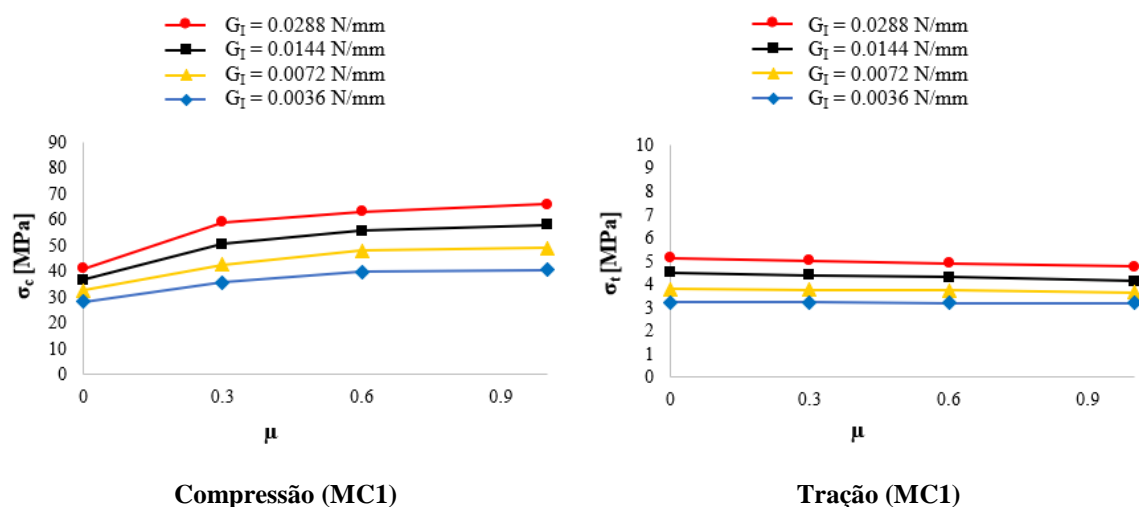


Figura 5.15 – Variação da tensão de compressão, tensão de tração e tensão de tração indireta macroscópica com a variação do termo de atrito do contacto

5.3.3 Variação da tensão de compressão do contacto no modelo do tipo microplano (MC2)

De forma a compreender a influência do termo de tensão de compressão do contacto adotado no modelo MC2 foi realizado ainda um estudo paramétrico relativamente à influência deste valor na resposta do sistema de partículas. Optou-se por aferir a influência deste parâmetro tendo como ponto de partida os valores de resistência do contacto que permitem uma excelente correlação entre os parâmetros macroscópicos apresentados em Vonk (1993) e os resultados numéricos obtidos com o modelo de partículas adotando um modelo de contacto do tipo microplano (capítulo 4.4), Tabela 5.6. É de referir que estes valores resultaram de um processo iterativo de calibração tendo como ponto de partida os estudos paramétricos apresentados anteriormente e os valores resistentes que possibilitaram uma excelente correlação entre os parâmetros macroscópicos apresentados em Vonk (1993) e os resultados numéricos obtidos com o modelo de partículas com enfraquecimento bilinear.

Tabela 5.6 – Parâmetros de resistência do contacto (MC2)

Ligação entre partículas	σ_t [MPa]	τ [MPa]	σ_c [MPa]	G_I [N/mm]	G_{II} [N/mm]	μ_1	τ/σ_t
Agregado-Cimento	2,60	5,20	40,0	0,0072	0,40	0,1	2,0
Cimento-Cimento	5,19	10,38					

Na Figura 5.16 apresentam-se os diagramas de tensão-deformação obtidos numericamente em compressão simples e em tração simples. Observa-se que em tração simples um acréscimo da tensão de compressão do contacto aumenta a energia de fratura macroscópica em modo I, não tendo praticamente influência sobre o valor de pico obtido numericamente. Em compressão simples verifica-se que o valor de tensão de compressão do contacto adotado define de forma aproximada o valor da tensão de compressão a partir da qual o diagrama tensão-deformação deixa de ter uma resposta próxima da relação elástico linear. Verifica-se igualmente que o valor de tensão de compressão do contacto influencia a ductilidade da resposta em compressão simples, constatando-se que quanto mais baixo o valor adotado, maior é a ductilidade da resposta do sistema de partículas.

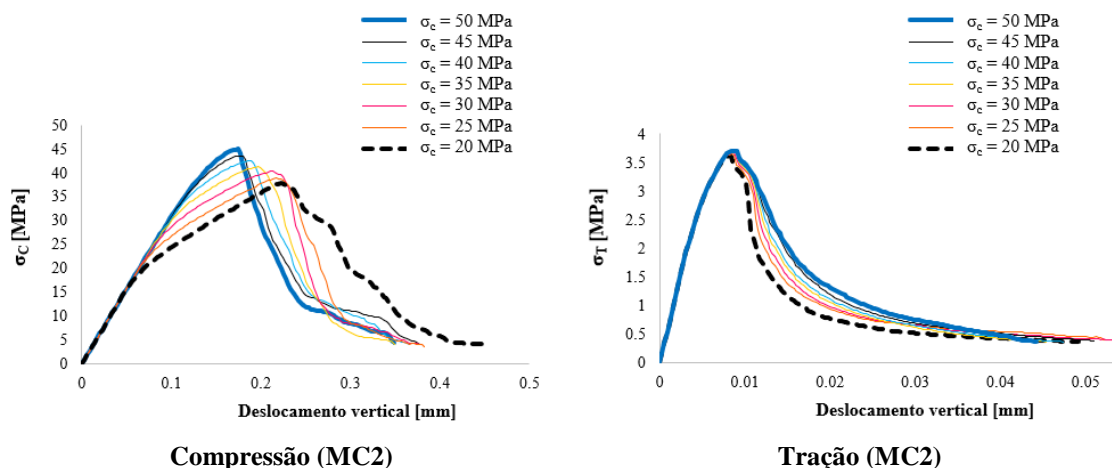


Figura 5.16 – Diagrama tensão-deformação obtida em ensaios de compressão e tração simples com o modelo do tipo microplano para diferentes valores de tensão de compressão do contacto

5.4 Resultados do modelo de enfraquecimento bilinear (MC1)

Neste subcapítulo são apresentados os resultados obtidos para cada um dos três ensaios numéricos realizados adotando um modelo de contacto com enfraquecimento bilinear (MC1). Os parâmetros de contacto resistentes (agregado-agregado e agregado-pasta de cimento) apresentados na tabela 5.4 resultam de um processo de calibração previamente realizado de modo a obter-se boa correlação entre os valores obtidos e os valores indicados na Tabela 5.3, representativos do betão a simular.

5.4.1 Ensaio de compressão

Neste ponto são apresentados os padrões de rotura dos provetes numéricos ensaiados, os gráficos tensão/deslocamento obtidos e a média e o desvio padrão do valor máximo de compressão obtido nos quatro provetes ensaiados.

Na Figura 5.17 apresenta-se o estado de fendilhação final dos provetes numéricos ensaiados à compressão usando o modelo de enfraquecimento bilinear. Tal como esperado (Azevedo, 2003), nos ensaios de compressão os sistemas de partículas são divididos num número variado de peças triangulares/cónicas. As macro-fendas de corte são o resultado da soma de várias micro-fendas geradas por tração que formam os vários “degraus” de uma fenda por corte. De acordo com a Figura 5.17, é possível verificar que diferentes sistemas de partículas apresentam distintos estados de fendilhação final.

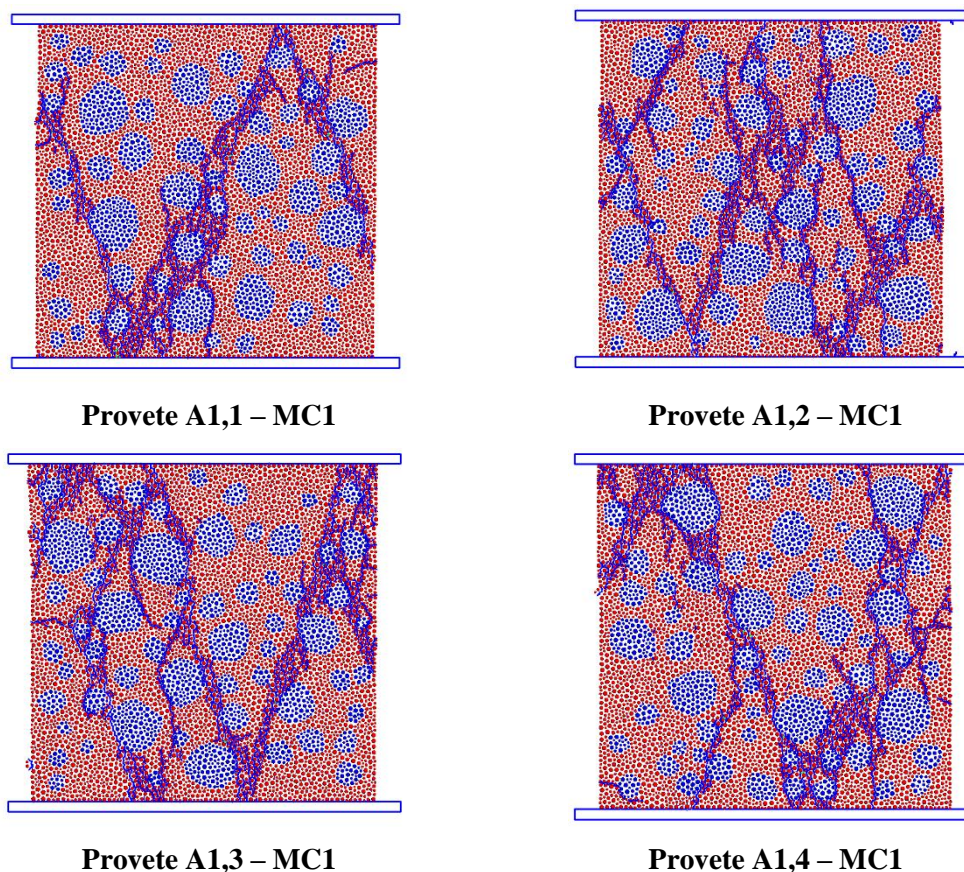


Figura 5.17 – Estado de fendilhação final obtido em ensaio à compressão, de diferentes provetes numéricos, usando o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)

Na Figura 5.18 apresenta-se a deformada final, ligeiramente ampliada, obtida nos provetes numéricos ensaiados à compressão. Esta representação é complementar da apresentada na Figura 5.17 e permite identificar de forma clara as superfícies de rotura obtidas em cada provete numérico gerado de forma aleatória de acordo com os princípios descritos no capítulo 3.

Na Figura 5.19 apresenta-se a curva tensão-deslocamento relativa ao ensaio de compressão do modelo com enfraquecimento bilinear. Esta figura mostra que os modelos de partículas com enfraquecimento bilinear apresentam um resposta pós-pico mais frágil do que a obtida com um modelo numérico com partículas deformáveis 2D (Vonk, 1993).

Por fim, na Tabela 5.7 apresenta-se a média e o desvio padrão relativos ao valor máximo de compressão última obtido nos ensaios numéricos do modelo com enfraquecimento bilinear. Verifica-se que, após uma prévia calibração dos parâmetros resistentes do contacto é possível obter boa correlação com os valores indicados na Tabela 5.3. Verifica-se ainda que o desvio padrão obtido é pouco significativo.

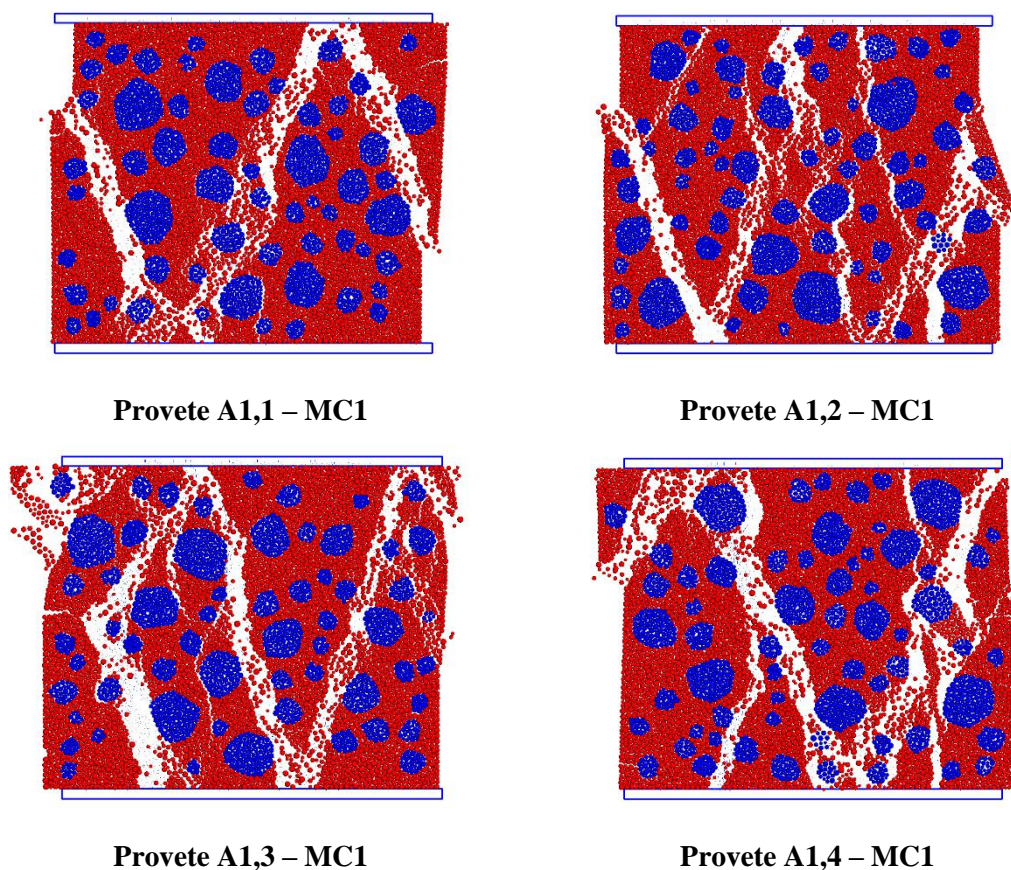


Figura 5.18 – Deformada final dos provetes numéricos obtida em ensaios à compressão, usando o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)

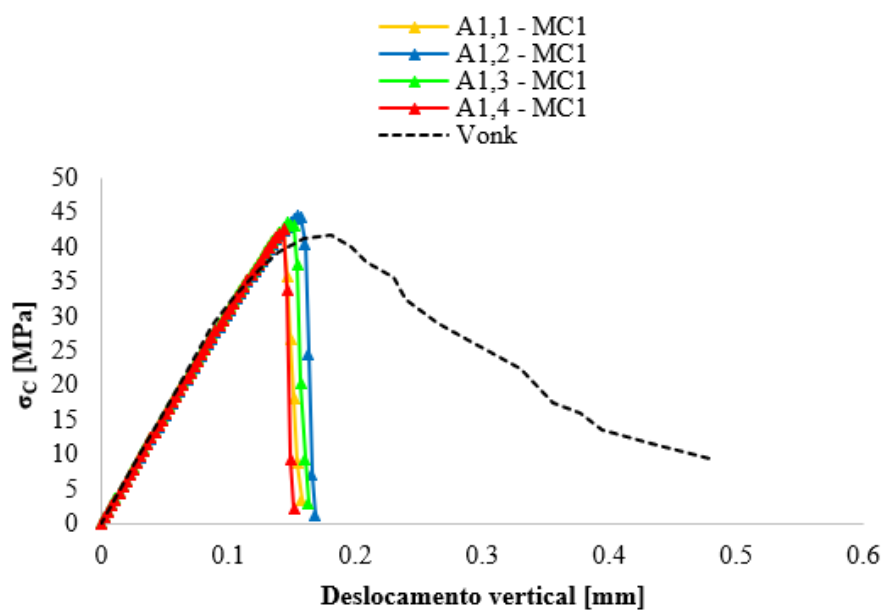


Figura 5.19 – Diagrama tensão-deformação de provetes numéricos ensaiados à compressão, usando o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)

Tabela 5.7 – Média e desvio padrão obtidos para o valor máximo de compressão última, em ensaios de compressão, usando o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)

Média [MPa]	Desvio padrão [MPa]
43,3	0,80

Na Figura 5.20 apresentam-se algumas fotografias de ensaios de compressão simples de provetes de betão, realizados no Departamento de Materiais do LNEC. A fendilhação dos provetes é ligeiramente diferente da fendilhação obtida numericamente (Figura 5.18), pois as condições de apoio são diferentes (no ensaio experimental existem forças de corte a atuar na superfície de contacto provete/placa).



a) Proвете cúbico antes do ensaio



b) Rotura do provete



c) Proвете fissurado

Figura 5.20 – Provetes de betão durante um ensaio de compressão simples

5.4.2 Ensaio de tração

Neste ponto são apresentados os padrões de rotura dos provetes numéricos ensaiados, os gráficos tensão/deslocamento obtidos e a média e o desvio padrão do valor máximo de tração direta e do valor da energia de fratura macroscópica obtidos nos quatro provetes ensaiados.

Na Figura 5.21 apresenta-se o estado de fendilhação final dos provetes numéricos ensaiados à tração direta, usando o modelo de enfraquecimento bilinear. Tal como esperado nestes ensaios (Monteiro Azevedo, 2003), nos vários sistemas de partículas a fendilhação inicia-se nos contactos entre partículas de agregado e partículas da pasta de cimento pois são estas as zonas de menor resistência. As fendas propagam-se depois para a pasta de cimento, indo ao encontro umas das outras. No fim é formada uma fenda final que atravessa todo o sistema de partículas. Também pode ocorrer sobreposição de fendas macroscópicas.

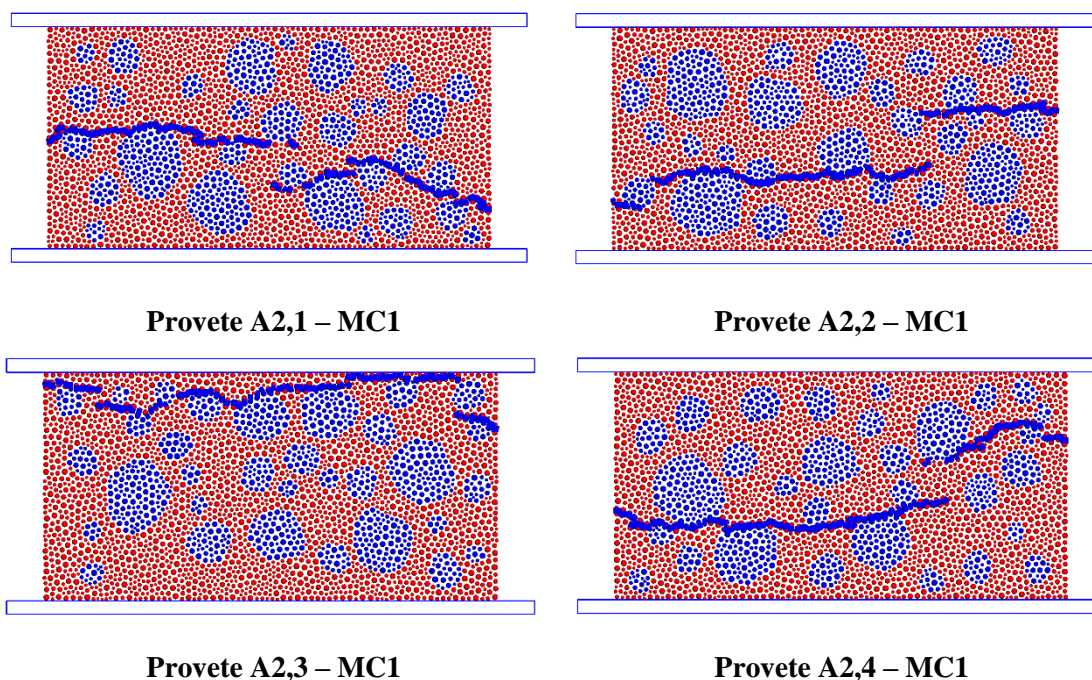


Figura 5.21 – Estado de fendilhação final obtido em ensaios à tração de diferentes provetes numéricos, usando o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)

Na Figura 5.22 apresenta-se a deformada final, ligeiramente ampliada, obtida nos provetes numéricos ensaios à tração, usando o modelo MC1. Esta representação é complementar da apresentada na Figura 5.21 e permite identificar de forma clara as superfícies de rotura obtidas em cada provete numérico gerado de forma aleatória de acordo com os princípios descritos no capítulo 3.

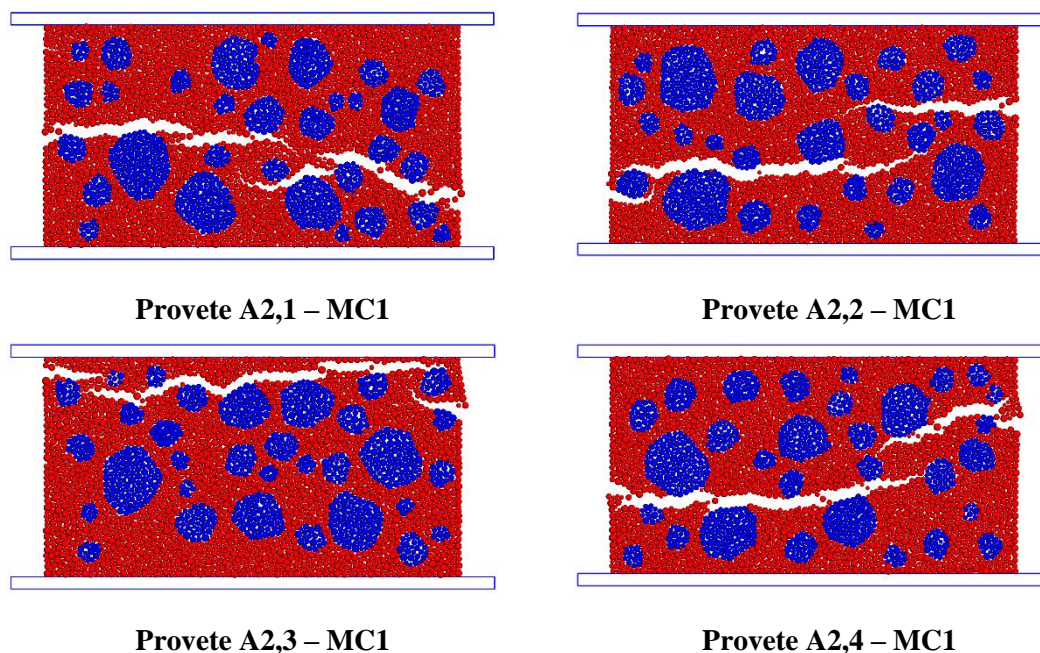


Figura 5.22 – Deformada final dos provetes numéricos obtida num ensaio à tração, usando o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)

Na Figura 5.23 apresenta-se a curva tensões-deslocamentos relativa ao ensaio de tração, usando o modelo com enfraquecimento bilinear. Verifica-se que após o processo de calibração dos parâmetros resistentes, é possível obter uma boa correlação com a resposta obtida por Vonk (1993). De acordo com o apresentado na Figura 5.23, o diagrama tensão-deslocamento apresenta uma longa cauda que é explicada pelo facto de no modelo de partículas a carga ser transmitida através de uma fenda macroscópica pelos contactos que ainda não se encontram fissurados. Por fim, na Tabela 5.8 apresenta-se a média e o desvio padrão obtidos nos ensaios de tração usando o modelo com enfraquecimento bilinear, da tensão máxima de tração e da energia de fratura em modo I. Verifica-se que a energia de fratura macroscópica obtida numericamente é ligeiramente inferior ao valor de energia de fratura obtido por Vonk (1993).

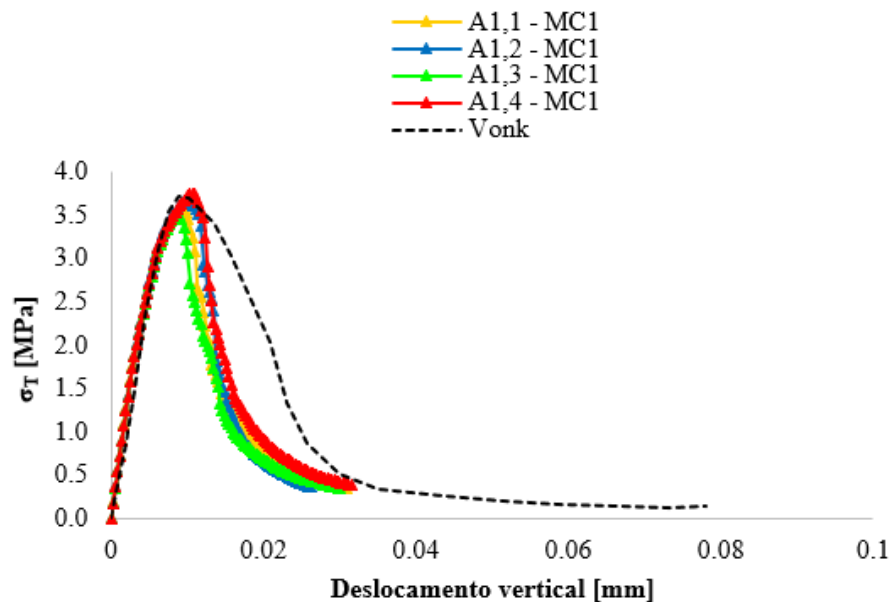


Figura 5.23 – Diagrama tensão-deformação de provetes numéricos ensaiados à tração, usando o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)

Tabela 5.8 – Média e desvio padrão obtidos para os valores de tensão de tração direta e energia de fratura ao corte, num ensaio de tração, usando o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)

σ_T [MPa]		\bar{G}_I [N/m]	
Média	Desvio padrão	Média	Desvio padrão
3,6	0,09	46,6	3,21

5.4.3 Ensaio de compressão diametral

Neste subcapítulo apresentam-se os mesmos resultados que no subcapítulo anterior, mas agora relativos ao ensaio de compressão diametral.

Na Figura 5.24 apresenta-se o estado de fendilhação final dos provetes numéricos ensaiados em compressão diametral, considerando o modelo de enfraquecimento bilinear. Tal como esperado neste tipo de ensaio (Azevedo, 2003), nos vários sistemas de partículas a fendilhação inicia-se nos contactos entre partículas de agregado e partículas da pasta de cimento localizados na zona central pois são estas as zonas de menor resistência. As fendas que são originadas na zona central propagam-se depois para a pasta de cimento indo ao encontro umas das outras. No fim é formada uma fenda final que atravessa todo o sistema de partículas na proximidade do eixo de simetria vertical. Também se identificam fendas secundárias após se atingir o valor de pico.

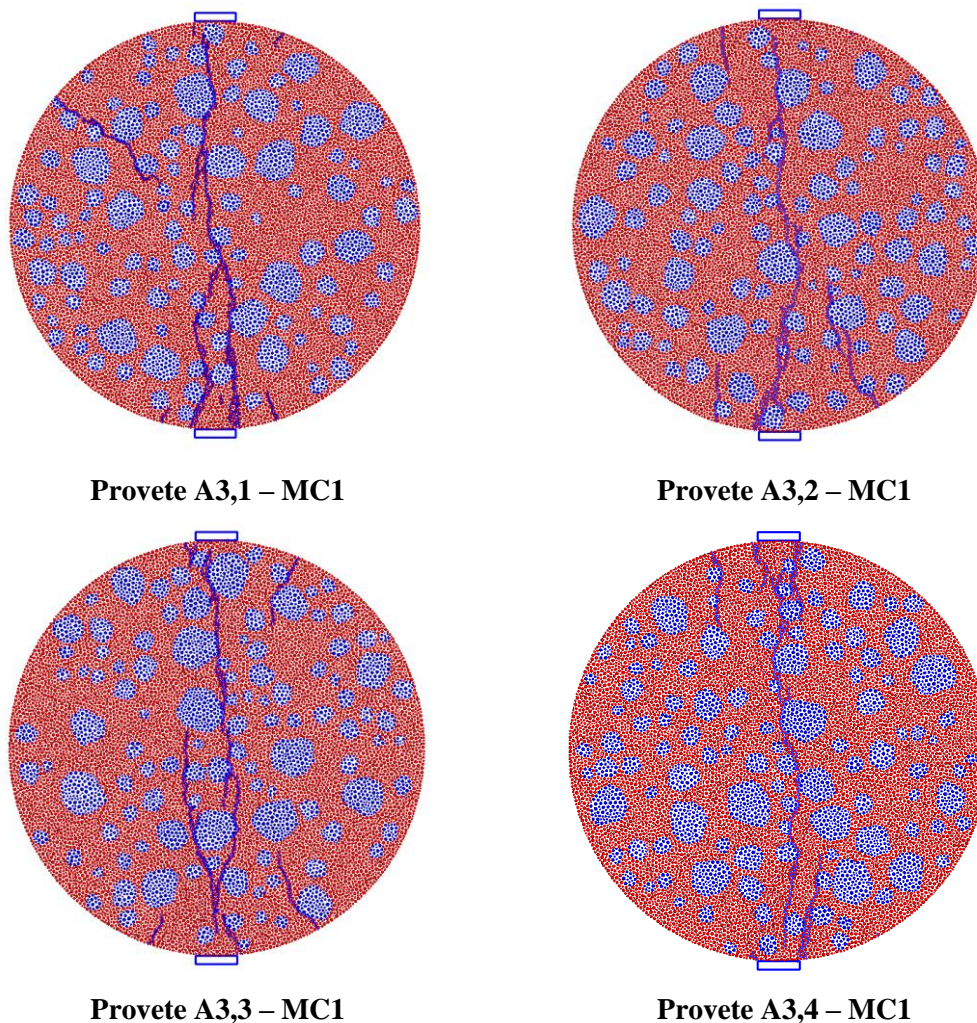
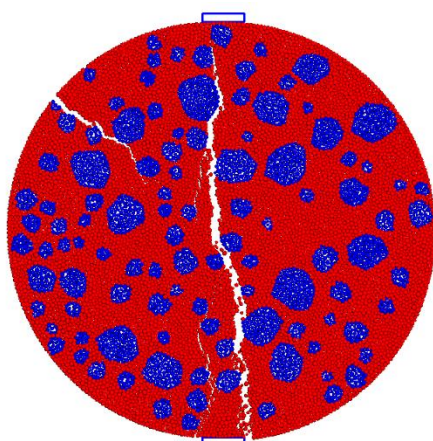
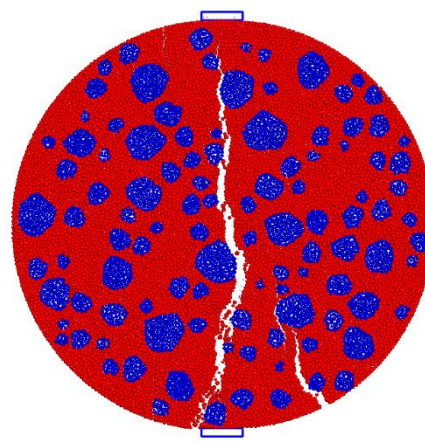


Figura 5.24 – Estado de fendilhação final obtido em ensaios à compressão diametral de diferentes provetes numéricos, usando o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)

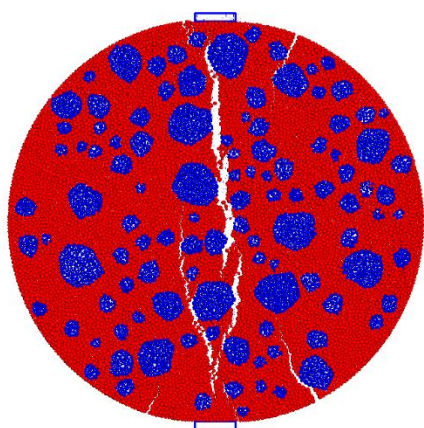
Na Figura 5.25 apresenta-se a deformada final, ligeiramente ampliada, obtida nos provetes numéricos ensaiados em compressão diametral com enfraquecimento bilinear. Esta representação é complementar da apresentada na Figura 5.24 e permite identificar de forma clara as superfícies de rotura obtidas em cada provete numérico gerado de forma aleatória de acordo com os princípios descritos no capítulo 3.



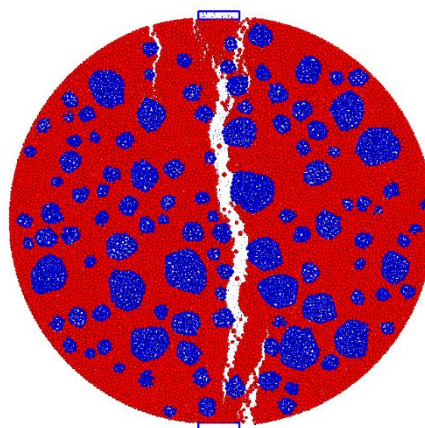
Provede A3,1 – MC1



Provede A3,2 – MC1



Provede A3,3 – MC1



Provede A3,4 – MC1

Figura 5.25 – Deformada final dos provetes numéricos obtida em ensaios de compressão diametral, usando o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)

Na Figura 5.26 apresenta-se a curva força-deslocamento relativa ao ensaio de compressão diametral do modelo com enfraquecimento bilinear. Por fim, na Tabela 5.9 apresenta-se a média e o desvio padrão relativo das tensões de tração indireta no ensaio de compressão diametral do modelo com enfraquecimento bilinear. Tal como no ensaio de tração direta, o valor do desvio padrão tem uma é muito reduzido. É de referir que se obteve com um modelo de contato MC1 se obteve um quociente $\sigma_{T,ind}/\sigma_T$ de 1,2, ligeiramente inferior ao expectável no betão (cerca de 1,4).

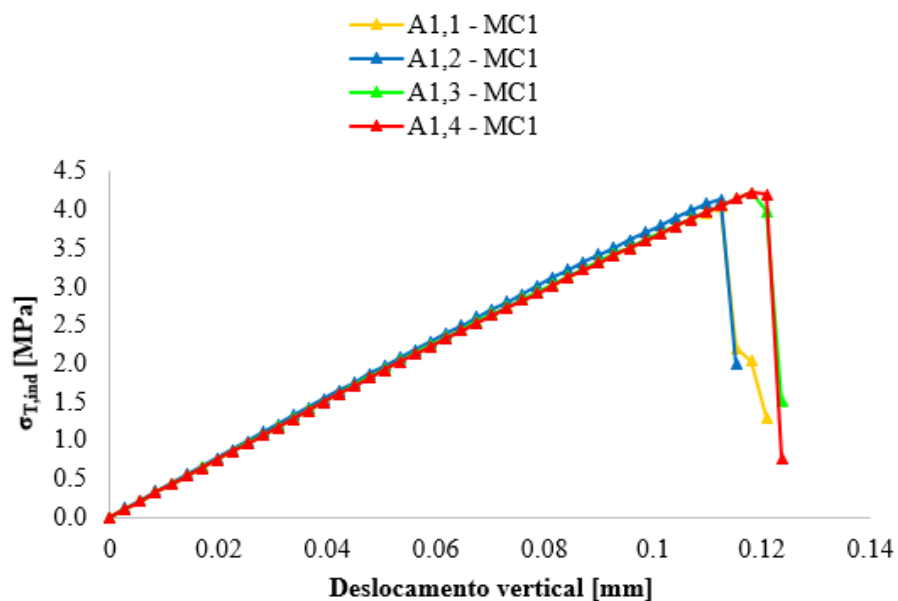


Figura 5.26 – Diagrama tensão-deformação de provetes numéricos ensaiados compressão diametral, usando o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)

Tabela 5.9 – Média e desvio padrão obtidos para o valor de tensão de tração indireta, em ensaios de compressão diametral, usando o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)

Média [MPa]	Desvio padrão [MPa]
4,2	0,08

Na Figura 5.27 apresentam-se algumas fotografias de padrões de rotura obtidas em ensaios de compressão diametral em betão, observando-se que, a fendilhação dos provetes é muito próxima da obtida numericamente (Figura 5.25).



Figura 5.27 – Padrões de rotura obtidas experimentalmente em ensaios de compressão diametral em provetes de betão

5.5 Resultados do modelo do tipo microplano (MC2)

Neste subcapítulo são apresentados os resultados obtidos para cada um dos três ensaios numéricos realizados adotando um modelo de contacto do tipo microplano (MC2). Os parâmetros de contacto resistentes (agregado-agregado e agregado-pasta de cimento) apresentados na Tabela 5.6 resultam de um processo de calibração previamente realizado de modo a obter-se boa correlação entre os valores obtidos e os valores indicados na Tabela 5.3, representativos do betão a simular.

5.5.1 Ensaio de compressão

Na Figura 5.28 apresenta-se o estado de fendilhação final dos provetes numéricos ensaiados à compressão, usando o modelo de contacto do tipo microplano. Tal como esperado, obtêm-se padrões de rotura próximos das obtidas com um modelo de contacto com enfraquecimento bilinear, ver Figura 5.17.

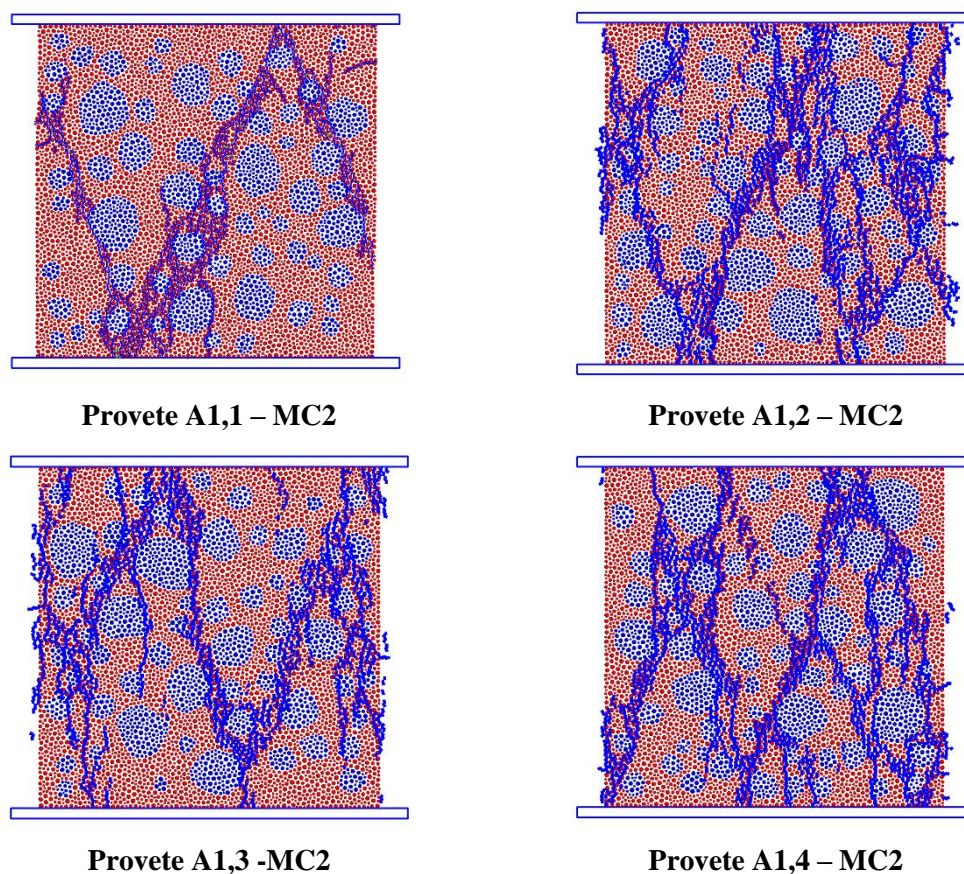


Figura 5.28 – Estado de fendilhação final obtido em ensaio à compressão de diferentes provetes numéricos, usando o modelo do tipo microplano (MC2)

Na Figura 5.29 apresenta-se a deformada final, ligeiramente ampliada, obtida nos mesmos ensaios. Esta representação é complementar da apresentada na Figura 5.28. Observa-se que aos padrões de rotura obtidas são similares às obtidas no modelo com enfraquecimento bilinear, ver Figura 5.18.

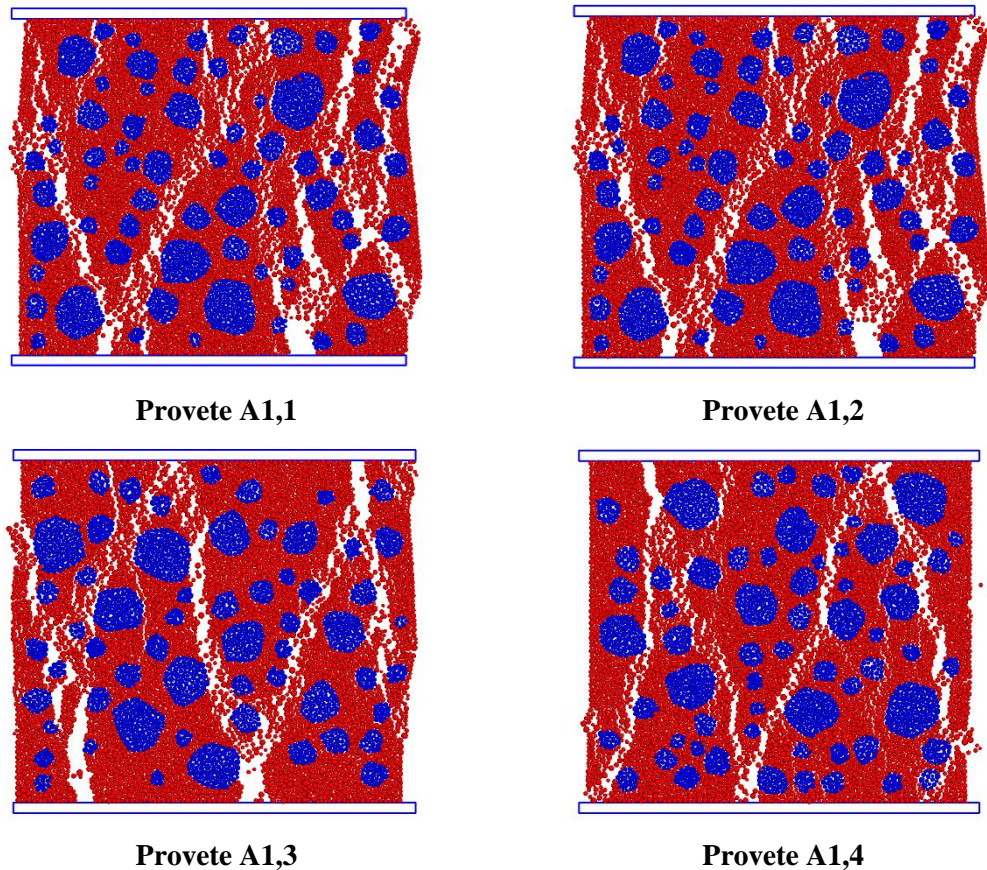


Figura 5.29 – Deformada final dos provetes numéricos obtida em ensaios à compressão, usando o modelo do tipo microplano (MC2)

Na Figura 5.30 apresenta-se a curva tensão-deslocamento relativa ao ensaio de compressão simples com o modelo de contacto MC2. Verifica-se que neste caso os modelos de partículas apresentam uma resposta pós-pico menos frágil que a do modelo de enfraquecimento bilinear (Figura 5.19) e mais próxima da obtida com um modelo numérico com partículas deformáveis 2D (Vonk, 1993), ver Figura 5.31.

Por fim, na Tabela 5.10 apresentam-se a média e o desvio padrão do valor máximo de compressão última obtidos nos ensaios numéricos com um modelo de contacto do tipo microplano (MC2). Verifica-se que com o modelo MC2, após calibração, se obtêm valores de compressão simples próximos dos valores obtidos com um modelo de enfraquecimento bilinear (MC1).

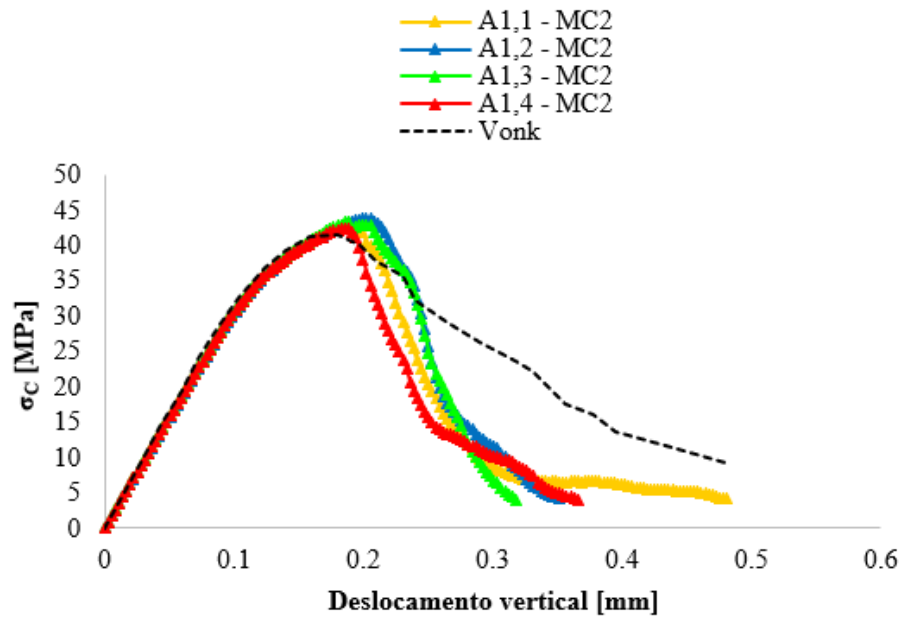


Figura 5.30 – Diagrama tensão-deformação de provetes numéricos ensaiados à compressão, usando o modelo do tipo microplano (MC2)

Tabela 5.10 – Média e desvio padrão obtidos para o valor máximo de compressão última em ensaios de compressão, usando o modelo do tipo microplano (MC2)

Média [MPa]	Desvio padrão [MPa]
43,3	0,80

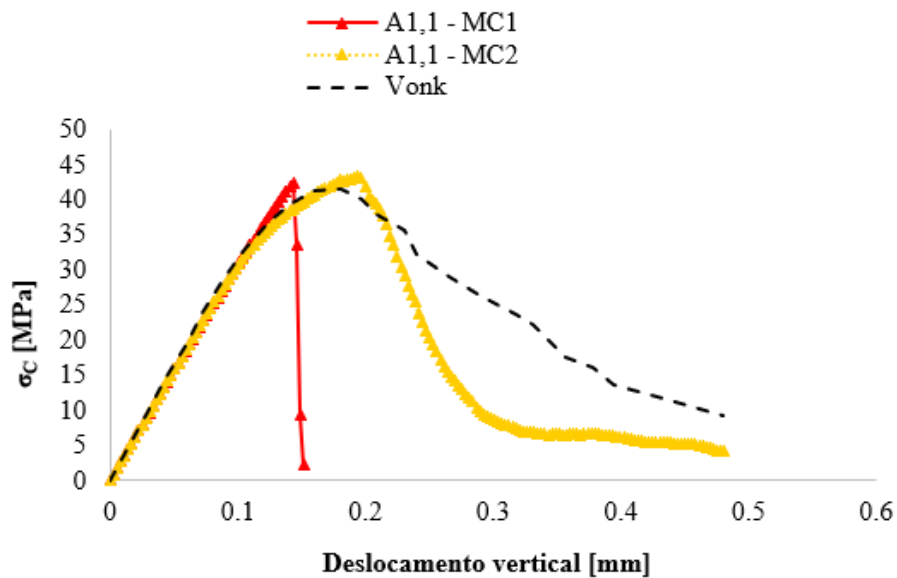


Figura 5.31 – Diagrama tensão-deformação em compressão simples. Comparação de resultados usando o modelo do tipo microplano (MC2) e o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)

5.5.2 Ensaio de tração

Neste ponto são apresentados os padrões de rotura dos provetes numéricos ensaiados, os gráficos tensão/deslocamento obtidos e a média e o desvio padrão do valor máximo da tensão de tração direta e do valor da energia de fratura macroscópica obtidos nos quatro provetes ensaiados.

Na Figura 5.32 apresenta-se o estado de fendilhação final dos provetes numéricos com modelo de contacto do tipo microplano (MC2) ensaiados à tração direta. Tal como no modelo de enfraquecimento bilinear (MC1), nos ensaios de tração simples nos vários sistemas de partículas a fendilhação inicia-se nos contactos entre partículas de agregado e partículas da pasta de cimento, pois são estas as zonas de menor resistência. As fendas propagam-se depois para a pasta de cimento indo ao encontro uma das outras. No fim é formada uma fenda final que atravessa todo o sistema de partículas. Também pode ocorrer sobreposição de fendas macroscópicas. Comparativamente aos padrões de rotura obtidos com o modelo bilinear, Figura 5.21, observa-se que os campos de fendilhação obtidos são semelhantes.

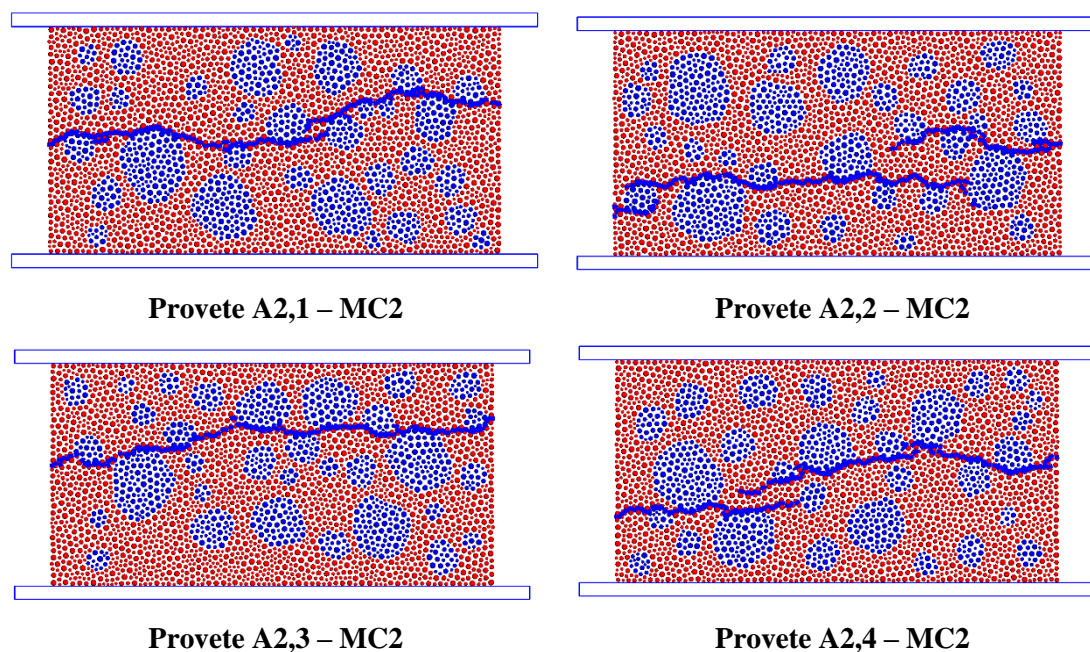


Figura 5.32 – Estado de fendilhação final obtido em ensaios à tração de diferentes provetes numéricos, usando o modelo do tipo microplano (MC2)

Na Figura 5.33 apresenta-se a deformada final, ligeiramente ampliada obtida nos provetes numéricos ensaios à tração, com modelo MC2. Esta representação é complementar da apresentada na Figura 5.32 e permite identificar de forma clara as superfícies de rotura obtidas em cada provete numérico gerado de forma aleatória, de acordo com os princípios descritos no capítulo 3.

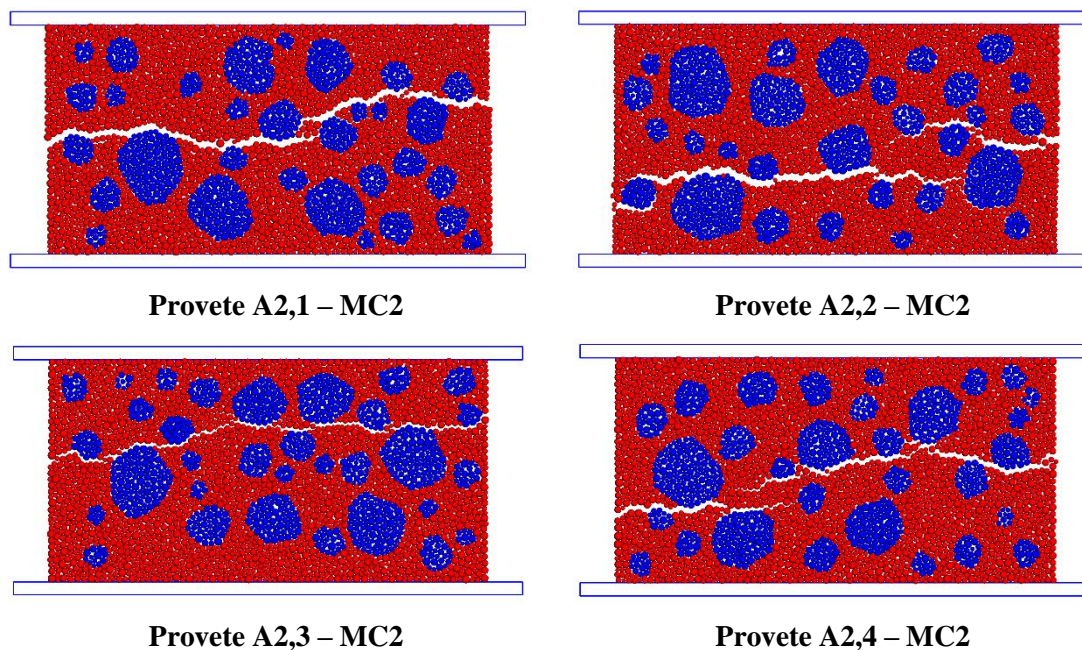


Figura 5.33 – Deformada final dos provetes numéricos obtida em ensaios à tração, usando o modelo do tipo microplano (MC2)

Na Figura 5.34 apresenta-se a curva tensão-deslocamento relativa ao ensaio de tração simples, usando o modelo de contacto MC2. Verifica-se que para o modelo de contacto do tipo microplano (MC2), obtém-se uma cauda no diagrama mais evidente do que no modelo com enfraquecimento bilinear (MC1), ver Figura 5.35.

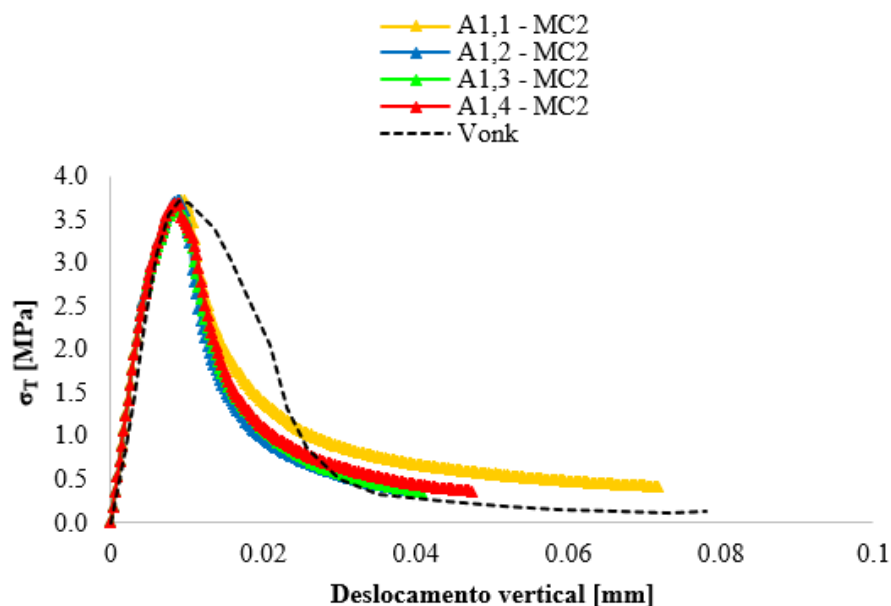


Figura 5.34 – Diagrama tensão-deformação de provetes numéricos, ensaiados à tração, usando o modelo do tipo microplano (MC2)

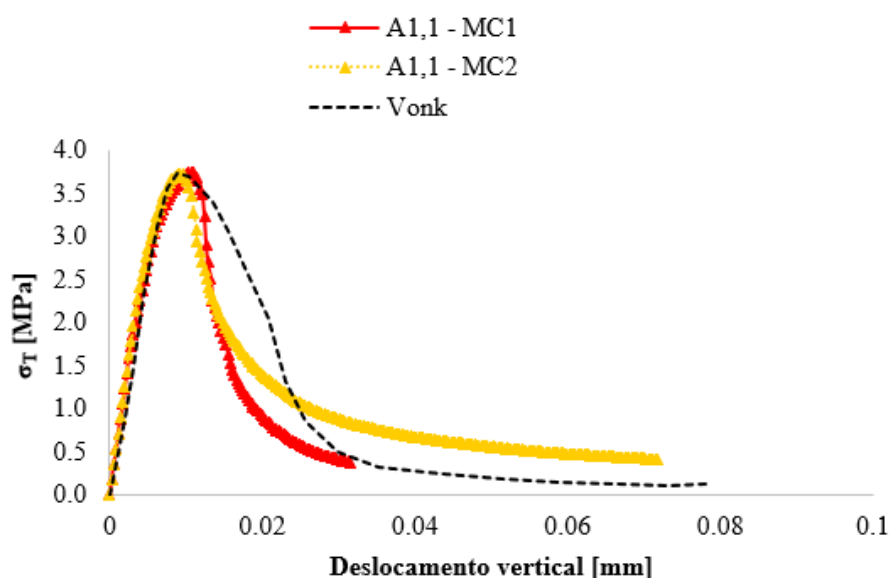


Figura 5.35 – Diagrama tensão-deformação em tração. Comparação de resultados usando o modelo do tipo microplano (MC2) e o modelo com enfraquecimento bilinear (MC1)

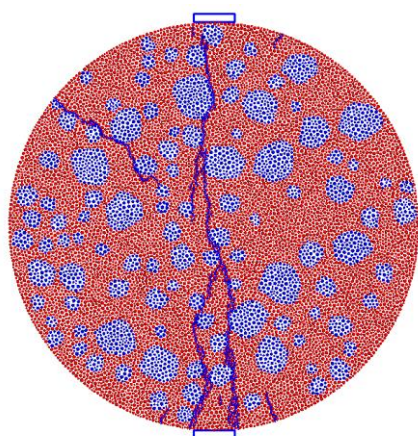
Por fim, na Tabela 5.11 apresenta-se a média e o desvio padrão relativos ao valor de tração última e energia de fratura macroscópica. Com o modelo de contacto do tipo microplano (MC2) é possível obter valores de fratura em modo I mais próximos dos obtidos com o modelo numérico de Vonk (1993), que são representativos do betão a simular.

Tabela 5.11 – Média e desvio padrão obtidos para os valores de tensão de tração direta e energia de fratura ao corte num ensaio de tração, usando o modelo do tipo microplano (MC2)

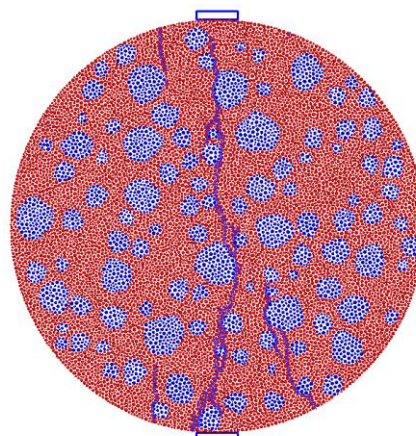
σ_T [MPa]		\bar{G}_I [N/m]	
Média	Desvio padrão	Média	Desvio padrão
3,7	0,04	57,0	10,4

5.5.3 Ensaio de compressão diametral

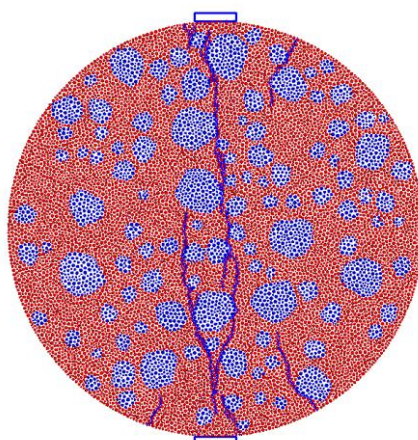
Na Figura 5.36 apresenta-se ao estado de fendilhação final dos provetes numéricos ensaiados em compressão diametral usando o modelo de contacto MC2. Os padrões de rotura obtidos são parecidos com as obtidos nos ensaios numéricos com modelo MC1, ver Figura 5.24. Tal como no modelo MC1, verifica-se que nos ensaios de compressão diametral, nos vários sistemas de partículas, a fendilhação se inicia nos contactos entre partículas de agregado e partículas da pasta de cimento localizados na zona central, pois são estas as zonas de menor resistência. As fendas que são originadas na zona central propagam-se depois para a pasta de cimento, indo ao encontro umas das outras. No fim é formada uma fenda final que atravessa todo o sistema de partículas na proximidade do eixo de simetria vertical. Tal como nos ensaios com enfraquecimento bilinear, também se identificam fendas secundárias após se atingir o valor de pico.



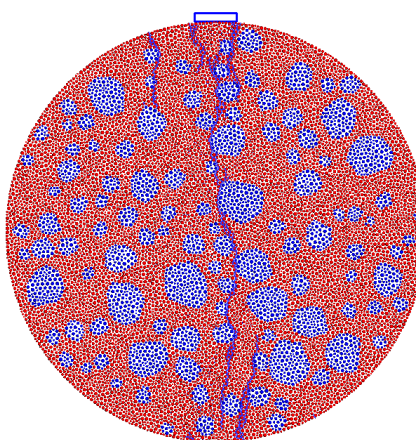
Provete A3,1 – MC2



Provete A3,2 – MC2



Provete A3,3 – MC2

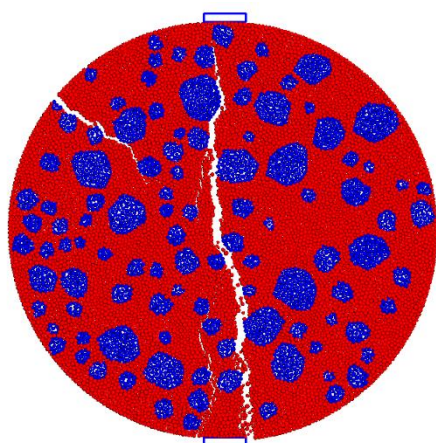


Provete A3,4 – MC2

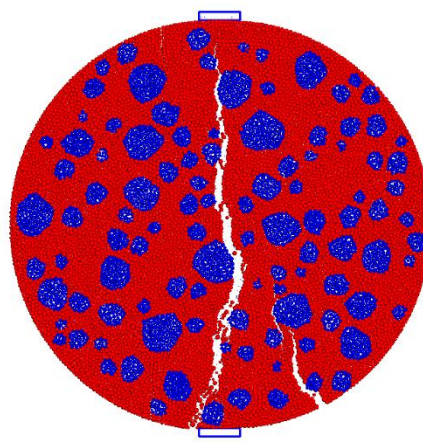
Figura 5.36 – Estado de fendilhação final obtido em ensaios à compressão diametral de diferentes provetes numéricos, usando o modelo do tipo microplano (MC2)

Na Figura 5.37 apresenta-se a deformada final, ligeiramente ampliada, dos provetes numéricos ensaiados em compressão diametral, usando o modelo do tipo microplano. Esta representação é complementar da apresentada na Figura 5.36 e permite identificar de forma clara as superfícies de rotura obtidas em cada provete numérico gerado de forma aleatória, de acordo com os princípios descritos no capítulo 3.

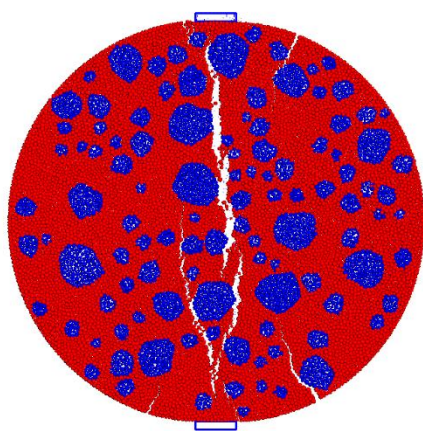
Na Figura 5.38 apresenta-se a curva força-deslocamento relativa ao ensaio de compressão diametral do modelo com contacto do tipo microplano (MC2). Por fim, na Tabela 5.12 apresenta-se a média e o desvio padrão relativo ao valor máximo de tração última obtidos em ensaio de compressão diametral com um modelo de contacto MC2. É de referir que se obteve com um modelo de contato MC2 um quociente $\sigma_{T,ind}/\sigma_T$ de 1,1, ligeiramente inferior ao expectável no betão (cerca de 1,4).



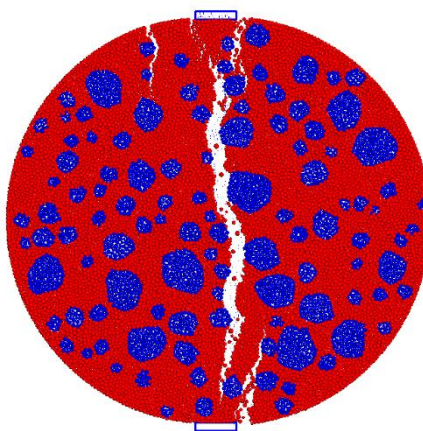
Provete A3,1 – MC2



Provete A3,2 – MC2



Provete A3,3 – MC2



Provete A3,4 – MC2

Figura 5.37 – Deformada final dos provetes numéricos obtida em ensaios de compressão diametral, usando o modelo do tipo microplano (MC2)

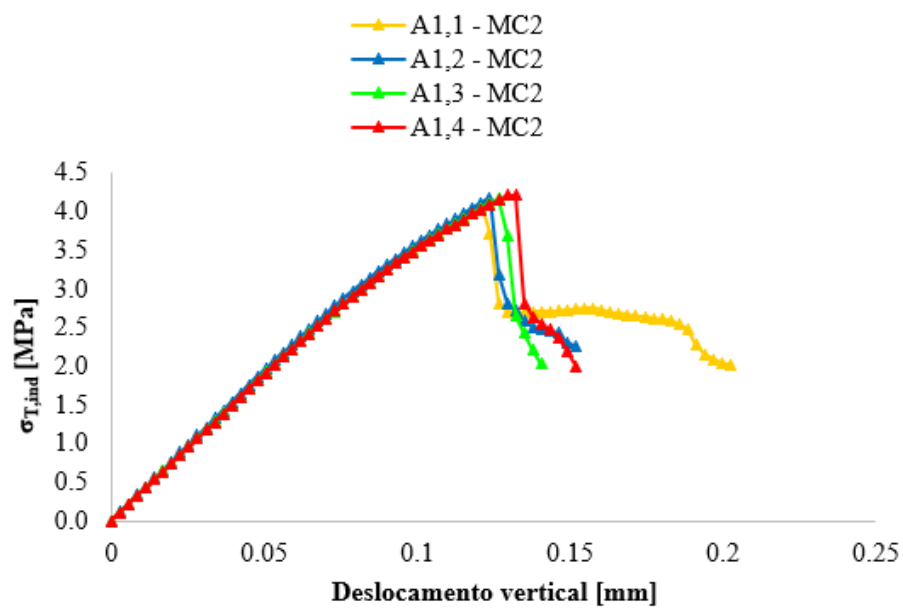


Figura 5.38 – Diagrama tensão-deformação de provetes numéricos ensaiados à compressão diametral, usando o modelo do tipo microplano (MC2)

Tabela 5.12 – Média e desvio padrão obtidos para o valor de tensão de tração indireta, em ensaios de compressão diametral, usando o modelo do tipo microplano (MC2)

Média [MPa]	Desvio padrão [MPa]
4,2	0,08

5.6 Tempos de cálculo

Na Tabela 5.13 apresentam-se os tempos de cálculo em função do ensaio e do tipo de modelo de contacto adotado. Indica-se o tempo de cálculo total e o tempo de cálculo por cada passo de cálculo.

Tabela 5.13 – Tempos de cálculo

Ensaio	Modelo	Tempo total (min)	Tempo por passo [seg/ passo]	% _{MC2}
Compressão	MC1	60	0,016	
	MC2	168	0,019	16%
Tração	MC1	57	0,008	
	MC2	138	0,009	11%
Compressão diametral	MC1	66	0,037	
	MC2	288	0,043	14%

Observa-se que o modelo de contacto MC2 exige um tempo de execução por passo de cálculo mais elevado, cerca de 15% maior, dependendo do tipo de ensaio. É ainda de referir que os tempos de cálculos totais são mais elevados com um modelo de contacto do tipo MC2, devido ao tempo de execução por passo ser mais elevado e também porque a resposta do modelo é mais dúctil, logo são necessários mais passos de cálculo até se atingirem os valores residuais de tensão, para os quais se consideram terminados os ensaios numéricos.

6 CONCLUSÕES

6.1 Aspetos relevantes dos estudos efetuados

Os estudos realizados demonstram que, após calibração dos parâmetros de contacto, os modelos de partículas (MP) permitem representar o processo de formação e propagação de fendas com base em modelos de interação simples. Isto deve-se ao facto de estes modelos representarem de forma detalhada a heterogeneidade do betão, tendo em consideração partículas representativas do agregado e da pasta de cimento.

Realizou-se uma análise comparativa entre dois modelos de contacto com diferentes leis de enfraquecimento associadas: o modelo de enfraquecimento bilinear, que admite uma relação bilinear na relação força-deslocamento após o dano (MC1), e o modelo do tipo microplano, baseado na noção de uma fronteira tensão-deformação (MC2). Numa fase inicial comparou-se a resposta dos modelos em ensaios simples de: tração direta, corte puro e compressão/corte e tração/corte onde para um só contacto identificou-se uma resposta muito próxima. No entanto, em especial em compressão/corte, verificou-se que o modelo do tipo microplano (MC2) apresenta um comportamento mais dúctil.

Foi avaliada a influência dos parâmetros de resistência e de deformação do contacto na resposta macroscópica do sistema de partículas e a evolução do dano para dois modelos de contacto.

Com base na análise dos parâmetros elásticos apresentados, verifica-se que é possível aproximar a evolução do coeficiente de Poisson macroscópico em função do parâmetro que relaciona a rigidez normal e tangencial do contacto (parâmetro α). Com base no estudo realizado, e tendo em consideração o valor do parâmetro α , é possível definir, através de um processo iterativo, os valores dos módulos de deformabilidade equivalente que permitem obter um valor do módulo de Young macroscópico próximo do valor real do betão a simular.

As análises realizadas relativas aos parâmetros de resistência permitiram estudar a influência da tensão última de tração do contacto (σ_t), da coesão do contacto (τ), da energia de fratura do contacto em modo I (G_I), do termo de atrito do modelo MC1 (μ) e da tensão de compressão do contacto (σ_c) do modelo MC2. Verificou-se que a resposta macroscópica do modelo de partículas é complexa, sendo difícil de individualizar a contribuição dos vários parâmetros resistentes do contacto. No entanto, do estudo realizado pode concluir-se que:

i) a tensão de compressão macroscópica é influenciada pelo valor da tensão de tração última do contacto, pelo termo coesivo, pela energia de fratura do contacto em modo I e pelo termo de atrito no caso do modelo MC1. Verifica-se que o valor da tensão de compressão do contacto, no modelo MC2, influencia a ductilidade da resposta em compressão e a tensão a partir da qual o diagrama tensão-deformação se afasta de uma resposta elástica.

ii) a tensão de tração direta macroscópica é influenciada principalmente pelo valor de tensão normal do contacto. Verifica-se ainda que em especial no modelo de contacto MC1, a energia de fratura do contacto e o valor da coesão do contacto têm também influência sobre o valor de tração simples obtido numericamente. O termo de atrito, no modelo MC1, não tem praticamente influência sobre o valor de tração simples.

Do estudo conclui-se que o modelo de contacto do tipo microplano apresenta melhor desempenho que o modelo de contacto bilinear, aproximando melhor a resposta do modelo de partículas ao comportamento observado no betão. A resposta do modelo MP com base num modelo de contacto do tipo microplano é menos frágil após ser atingido o valor de pico de carga, quer em ensaios de compressão quer em ensaios de tração simples. Observa-se ainda que o modelo MC2 é computacionalmente mais exigente, com um esforço de cálculo por passo cerca de 15% superior ao esforço de cálculo por passo associado ao modelo de cálculo MC1.

6.2 Recomendações para estudos futuros

Como sugestões para trabalhos futuros considera-se interessante a realização dos seguintes estudos:

- Análise comparativa do desempenho de modelos de contacto em ensaios bidimensionais compressão/corte e tração/corte;
- Adoção do modelo microplano na análise de cenários de rotura de barragens gravidade em betão, estáticos e dinâmicos, adotando modelos híbridos em que o modelo MP detalhado é somente aplicado, total ou parcialmente, no corpo da barragem e na zona de fundação;
- Aplicação de modelos do tipo microplano na análise da fratura em rocha;
- Implementação e validação do modelo de contacto microplano em sistemas de partículas tridimensionais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Andrade, C. (2012). Modelação do comportamento estático e dinâmico da rocha com modelos de partículas. Dissertação de Mestrado, FEUP, Porto.
- Azevedo, N., Candeias, M. e Gouveia, F. (2015). A rigid particle model for rock fracture following the Voronoi tessellation of the grain structure: Formulation and Validation. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, vol. 48(2), pp 535-557.
- Azevedo, N. e Lemos, J.V. (2004) – Generation of random particle assemblies for fracture studies of concrete. LNEC, ITB 29, pp 1-5.
- Azevedo, N. (2003). A rigid particle discrete element model for the fracture analysis of plane and reinforced concrete. *Ph.D Thesis*. Heriot-Watt University, Scotland.
- Azevedo, N. e Candeias, M. (2014). Um modelo discreto de partículas 3D para o estudo da fratura em rocha: calibração dos parâmetros micromecânicos. *XIV Congresso Nacional de Geotecnia*. Covilhã.
- Azevedo, N. e Gouveia, F. (2013). Um modelo discreto de partículas 2D para simulação da fratura em rocha: Formulação e calibração. *Geotecnia*, 29, pp 73-101.
- Azevedo, N. e Lemos, J. (2010). Modelação pormenorizada da fratura em rocha utilizando sistemas discretos de partículas. *XII Congresso Nacional de Geotecnia*, Guimarães.
- Azevedo, N. e Lemos, V. (2006). Um modelo discreto de partículas para a análise da fractura no betão. *Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas*, 55, pp 23-34.
- Azevedo, N. Lemos, V. e Almeida, J. (2008). Influence of aggregate deformation and contact behaviour on discrete particle modeling of fracture of concrete. pp 1569-1586. *Engineering Fracture Mechanics*, 75, pp 1569-1586.
- Barros, J.A.O. (1996). Modelos de fendilhação para o betão. Relatório Técnico, ISISE - Relatórios Técnicos/Científicos, Departamento de Engenharia Civil da Universidade do Minho.
- Bazant, Z. Xiang, Y. e Prat, P. (2008). Microplane model for concrete. I: Stress-Strain boundaries and finite strain. *Journal of Engineering Mechanics*, 122 (3), pp 245-254.

- Bazant, Z., Tabbara, M., Kazemi, M. e Cabot, G. (1990). Random particle model for the fracture off aggregate or fiber composites. *Journal of Engineering Mechanics*, 116(8), pp 1686-1705.
- Chang, K.G. e Meegoda, J.N. (1997). Micromechanical simulation of hot mix asphalt. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, vol. 123(5), pp. 495-503.
- Cundall P.A. (1971) A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky rock systems. In: International Society for Rock Mechanics (ed) *Proceedings of the International Symposium on Rock Fracture*. Nancy, pp 129–136
- Cundall P.A. e Strack O.D.L. (1979) A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique* 29:47–65 . doi: 10.1680/geot.1979.29.1.47
- Cusatis G (2001) Tridimensional random particle model for concrete. Politecnico di Milano, Milano.
- Cusatis, G., Bazant, Z. e Cedolin, L. (2003). Confinement-shear lattice model for concrete damage in tension and compression. *Journal of Engineering Mechanics*, 129 (12), pp 1439-1448.
- Micaelo, R., Ribeiro, J., Azevedo, M., e Azevedo, N. (2011). Micromechanical modelling of a simplified lab compaction procedure, *Road Materials and Pavement Design*, Vol. 12, no. 3/2011, pp 461-491.
- Nitka, M. e Tejchman, J. (2015) – Modelling of concrete behaviour in uniaxial compression and tension with DEM. *Granular Matter*, 17, pp 145-164.
- Okabe, A., Boots, B. e Sugihara, K. (1992). – Spatial Tessellations – Concepts and Applications of Voronoi Diagrams, Wiley.
- Oliveira, S.B. (2000) – Modelos para análise do comportamento de barragens de betão considerando a fissuração e os efeitos do tempo. Formulações de dano. Tese de doutoramento. FEUP, Porto.
- Oliveira, S.B. (2002) – Modelação numérica do comportamento do betão ao longo do tempo. Dano, enfraquecimento, fractura e viscoelasticidade. LNEC, ITB 24.

- Potyondy, D. e Cundall, P. (2004). A bonded-particle model for rock. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, Vol. 41(8), pp 1329-1364.
- Rokugo, K., Iwasa, M., Suzuki, T. e Koyanagi, W. (1989). Testing method to determine tensile strain softening curve and fracture energy of concrete. *Fracture Toughness and Fracture Energy*, Balkema. pp 153-163.
- Serra, C. (2018). Prediction of dam concrete structural properties based om wet-screened test results and mesoscale modelling. *Ph.D Thesis*, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.
- Serra C., Azevedo N.M., Lopes Batista A. e Schclar N. (2018) Discrete Element Method for Modeling the Long-Term Aging Viscoelastic Behavior of Concrete Considering Its Mesostructure. *J Eng Mech* 144 . doi: 10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0001434
- Underwood P. (1983) Dynamic Relaxation. In: Computational Methods for Transient Analysis. Elsevier Science Publishers B.V., Oxford, United Kingdom, pp 245–265.
- Vonk. R. (1993) – A micromechanical investigation of softening of concrete loaded in compression. *Heron*, 38(3), pp 1-94.
- Wang, Z.M., Kwan, A.K.H. e Chan, H.C. (1999). Mesoscopy study od concrete I: generation of random aggregate structure and finite element mesh, *Computers and Structures*, 70, pp 533-544.
- Zubelewicz A. e Mróz Z. (1983) Numerical simulation of rock burst processes treated as problems of dynamic instability. *Rock Mech Rock Eng* 16:253–274 . doi: 10.1007/BF01042360

ANEXO I

Neste anexo são deduzidos os termos da matriz de rigidez adotada no modelo de partículas, considerando um contacto pontual. Apresenta-se ainda um estudo inicial realizado de forma a introduzir o programa *Parmac2D*.

A1.1 – Matriz de rigidez

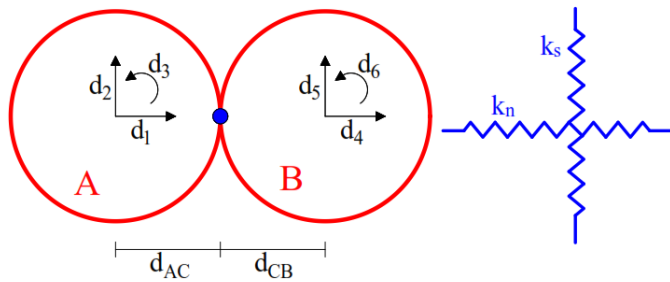


Figura A1.1 – Graus de liberdade de duas partículas em contacto e representação do contacto

Matriz de rigidez:

$$[F]_{(6 \times 1)} = [K]_{(6 \times 6)} \cdot [\Delta]_{(6 \times 1)}$$

Desloamento na mola:

$$\Delta_{\text{mola}} = L\theta$$

Forças generalizadas na mola:

$$F_{\text{mola}} = k\Delta_{\text{mola}}$$

$$M_{\text{mola}} = K\theta_{\text{mola}}$$

k_{ij} - Ação (força) na direção i causada por um deslocamento unitário na direção j

$d_1=1$ e $d_{j \neq 1}=0$

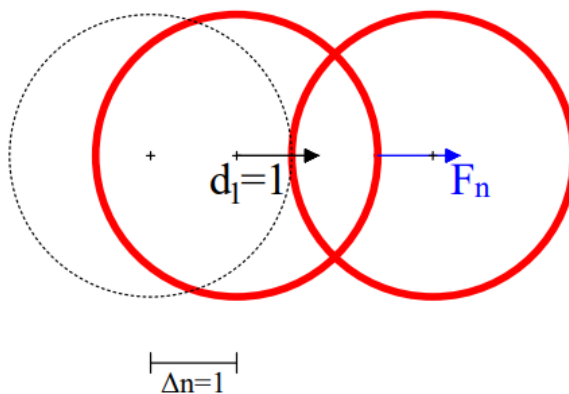


Figura A1.2 – Forças e deslocamentos na partícula A considerando um deslocamento $d_1=1$

Deslocamentos:

$$\Delta_n = 1$$

$$\Delta_s = 0$$

Forças:

$$F_n = k_n \Delta_n = k_n$$

$$F_s = 0$$

Coefficientes de rigidez:

$$k_{11} = F_n \times 1 = k_n$$

$$k_{21} = F_n \times 0 = 0$$

$$k_{21} = k_{31} = k_{51} = k_{61}$$

$$k_{41} = -F_n \times 1 = -k_n$$

$d_2=1$ e $d_{j \neq 2}=0$

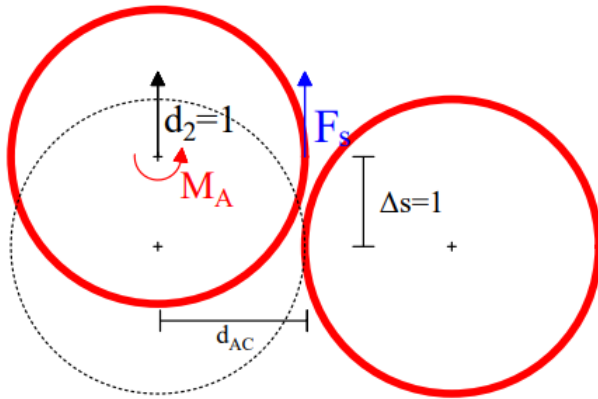


Figura A1.3 – Forças e deslocamentos na partícula A considerando deslocamento em $d_2=1$

Deslocamentos:

$$\Delta n = 0$$

$$\Delta s = 1$$

Forças:

$$F_n = 0$$

$$F_s = k_s \Delta s = k_s$$

Momentos:

$$M_A = F_s d_{AC} = k_s d_{AC}$$

$$M_B = F_s d_{CB} = k_s d_{CB}$$

Coefficientes de rigidez:

$$k_{12} = k_{42} = 0$$

$$k_{22} = F_s \times 1 = k_s$$

$$k_{52} = -F_s \times 1 = -k_s$$

$$k_{32} = M_A \times 1 = k_s d_{AC}$$

$$k_{62} = M_B \times 1 = k_s d_{CB}$$

$d_3=1$ e $d_{j \neq 3}=0$

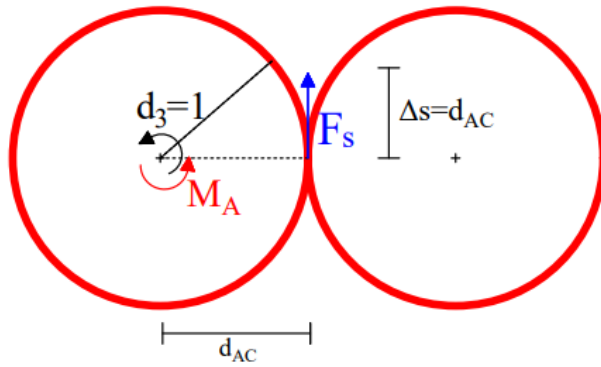


Figura A1.4 – Forças e deslocamentos na partícula A considerando uma rotação $d_3=1$

Deslocamentos:

$$\Delta n = 0$$

$$\Delta s = d_{AC} \times 1 = d_{AC}$$

Forças:

$$F_n = 0$$

$$F_s = k_s \Delta s = k_s d_{AC}$$

Momentos:

$$M_A = F_s d_{AC} = k_s d_{AC}^2$$

$$M_B = F_s d_{CB} = k_s d_{AC} d_{CB}$$

Coeficientes de rigidez:

$$k_{13} = k_{43} = 0$$

$$k_{33} = M_A \theta = M_A \times 1 = k_s d_{AC}^2$$

$$k_{63} = M_B \theta = M_B \times 1 = k_s d_{AC} d_{CB}$$

$$k_{23} = F_s \times \Delta s = k_s d_{AC}^2$$

$$k_{53} = -F_s \times \Delta s = -k_s d_{AC}^2$$

A1.2 – Modelo de uma consola

Objetivo

Para melhor compreensão das funcionalidades do programa de elementos discretos *Parmac2D*, procedeu-se à simulação e estudo do comportamento de uma viga de betão em consola, sujeita a uma força concentrada na sua extremidade livre. A consola é composta por um conjunto de partículas que interagem entre si através de um modelo constitutivo de contacto pontual.

Caso de estudo

A estrutura em estudo, esquematizada na Figura A1.4, tem 6 m de comprimento, 0,6m de altura e 0,3m de largura, estando sujeita no seu bordo livre à ação de uma força concentrada de 1kN.

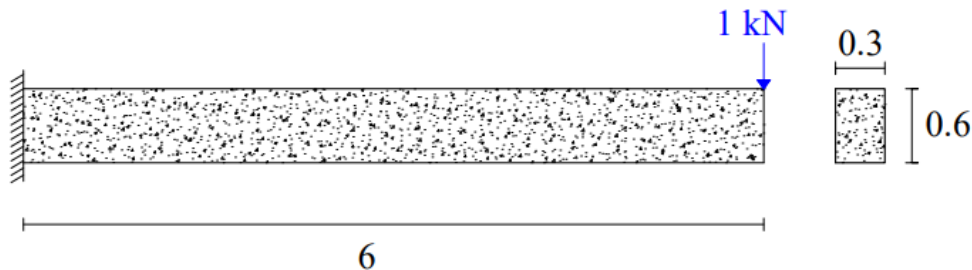


Figura A1.4 – Comprimento e secção da viga em consola simulada no programa *Parmac2D*

Após estudar os principais fundamentos e algoritmos implementados no programa *Parmac2D*, consideraram-se três malhas, duas malhas homogêneas com partículas circulares de raio fixo, sendo a segunda mais refinada que a primeira, e uma malha heterogênea com partículas circulares de diferentes raios, tendo em conta o raio mínimo e máximo definidos.

Foram efetuadas três análises diferentes:

- ✚ Análise estática com massas reais e amortecimento local não viscoso ($\lambda=0,7$)
- ✚ Análise estática com massas escaladas e amortecimento local não viscoso ($\lambda=0,7$)
- ✚ Análise estática com massas escaladas e ADR (relaxação dinâmica adaptativa)

Os algoritmos relativos à utilização de massas escaladas e de relaxação dinâmica permitem minimizar o número de passos de cálculo necessários à convergência da solução, devendo esta ser obtida mais rapidamente.

Relativamente às massas escaldas é realizada uma normalização das massas das partículas enquanto que na relaxação dinâmica adaptativa dá-se uma progressiva redução da relação entre a mínima e máxima frequência do sistema.

A flecha máxima de uma viga sujeita a uma força concentrada no seu bordo livre, Figura A1.5, é dada por:

$$\delta_{\text{máx}} = \frac{PL^3}{3EI} \quad (\text{A1.1})$$

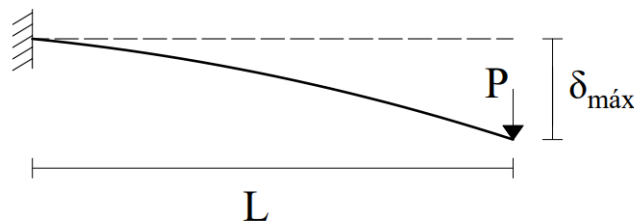


Figura A1.5 – Deformada de uma consola sujeita a uma força concentrada no bordo livre

Onde P é a força aplicada, L é o vão da consola (6m), E é o modulo de elasticidade considerado (32 GPa) e I é a inércia da viga. Tem-se $I = \frac{bh^3}{12}$ para uma secção retangular, sendo h e b as dimensões da secção.

Para a viga em estudo o valor da flecha máxima é:

$$\delta_{\text{máx}} = \frac{1}{3} \times \frac{1 \times 6^3}{32 \times 10^6 \times \frac{0.3 \times 0.6^3}{12}} = 0,000417\text{m}$$

Para aplicar o programa, é necessário definir as propriedades dos elementos, as quais se encontram indicadas na Tabela A1.1.

Tabela A1.1 – Propriedades dos elementos das diferentes malhas

		ρ (kg/m ³)	E (GPa)	ν	R (m)	t (m)	n° partículas
Modelo Homogénea	Malha Larga	2,50	32	0.3	0.075	0.3	164
	Malha Fina	2,50	32	0.3	0.035	0.3	648
Malha Heterogénea		2,50	32	0.3	0.0075 - 0.1125	0.3	341

De forma a obter um meio homogéneo com propriedades mecânicas equivalentes ao meio contínuo, estimaram-se as propriedades elásticas e resistentes. As rigidezes do contacto entre partículas na direção normal e tangencial são dadas pelas expressões A1.2 e A1.3 abaixo:

$$k_n = \frac{E'h}{L}t$$

$$k_s = \frac{E''h}{L}t$$

Onde h corresponde à altura do contacto (considera-se o menor diâmetro), L à distância entre partículas e t à espessura adotada para o sistema.

Os módulos de elasticidade são dados pelas expressões A1.4 e A1.5:

$$E' = \frac{E}{1 - \nu^2}$$

$$E'' = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

Desta forma, foram definidas as propriedades equivalentes do meio contínuo, como pode ser observado na Tabela A1.2.

Tabela A1.2 – Propriedades equivalente do meio contínuo

E'(GPa)	E''(GPa)	k_n (kN/m)	k_s (kN/m)
35,16	12,31	4,69E06	1,64E06

Malha de partículas

No primeiro modelo homogêneo considerou-se um raio de 0.075m obtendo um total de 164 partículas, Figura A1.6. Obteve-se o gráfico de deslocamento em função no número de ciclos, Figura A1.7.

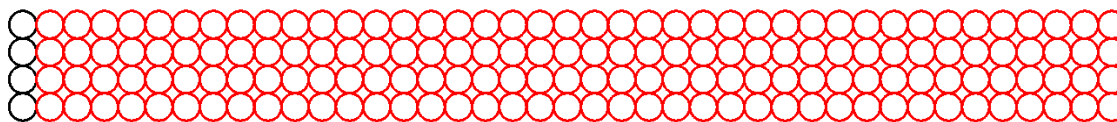


Figura A1.6 – Modelo de partículas largas

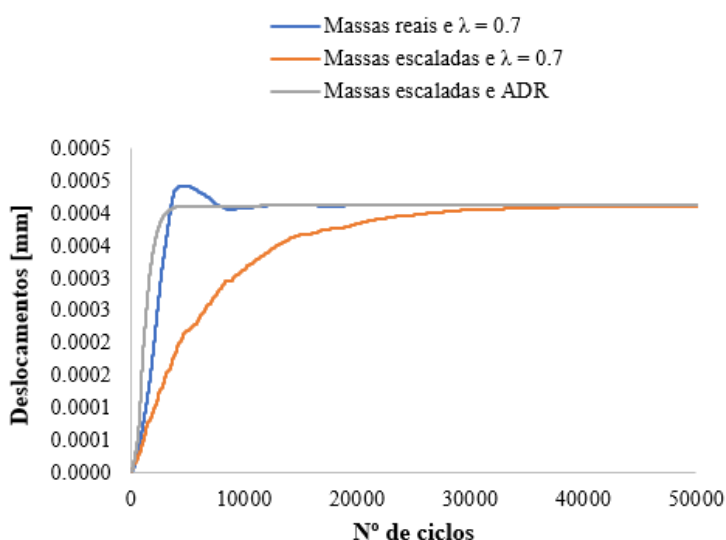


Figura A1.7 - Deslocamento da partícula 164 em função do número de ciclos

Constatou-se que relativamente às massas reais ocorre um overshoot (ir além do valor máximo permitido) na fase inicial, estabilizando a solução logo de seguida. A solução obtida através do algoritmo considerando massas escaladas necessitou de um menor número de ciclos para convergir relativamente às outras soluções, sendo essa diferença mais significativa em relação à análise através do algoritmo de relaxação dinâmica adaptativa, que precisou de um elevado número de ciclos para a solução convergir.

A malha foi então refinada e realizada uma nova análise considerando um raio de 0.035m perfazendo um total de 648 partículas, Figura A1.8. Obteve-se novamente o gráfico de deslocamentos em função do número de ciclos, Figura A1.9.

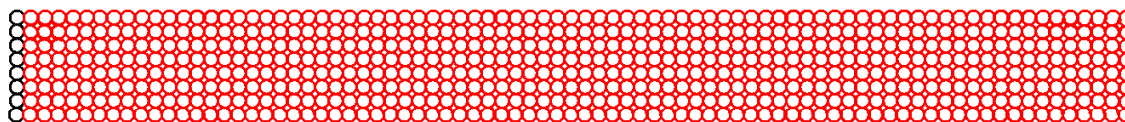


Figura A1.8 - Modelo de partículas refinadas

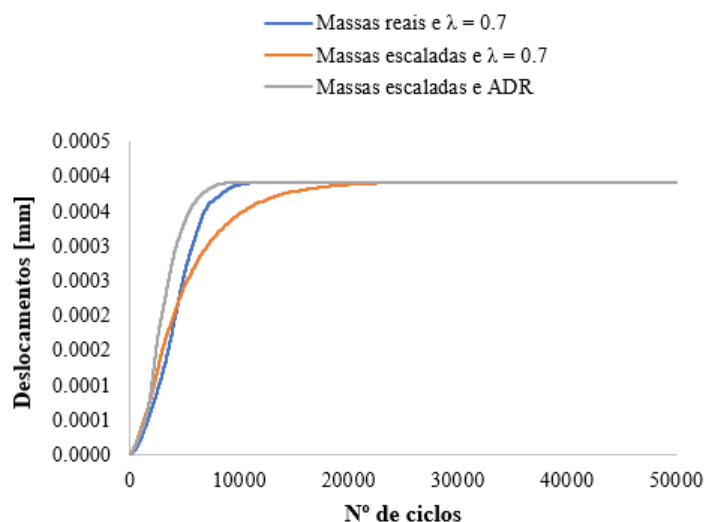


Figura A1.9 – Deslocamentos na partícula 648 em função do número de ciclos

Observa-se que, com o modelo de partículas homogêneas mais refinadas, se obtiveram mais rapidamente valores próximos da solução teórica, e não se verificar overshoot.

Por fim, foi considerada uma malha heterogênea, com raios aleatórios entre 0,0075m e 0,112m, obtendo-se uma consola com 341 partículas, Figura A1.12. Para essa malha, obteve-se o gráfico de deslocamento em função no número de ciclos indicado na Figura A1.13.

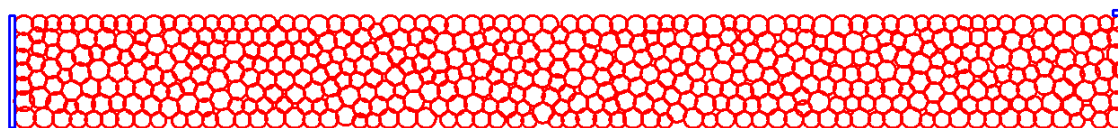


Figura A1.12 – Modelo de partículas heterogêneo

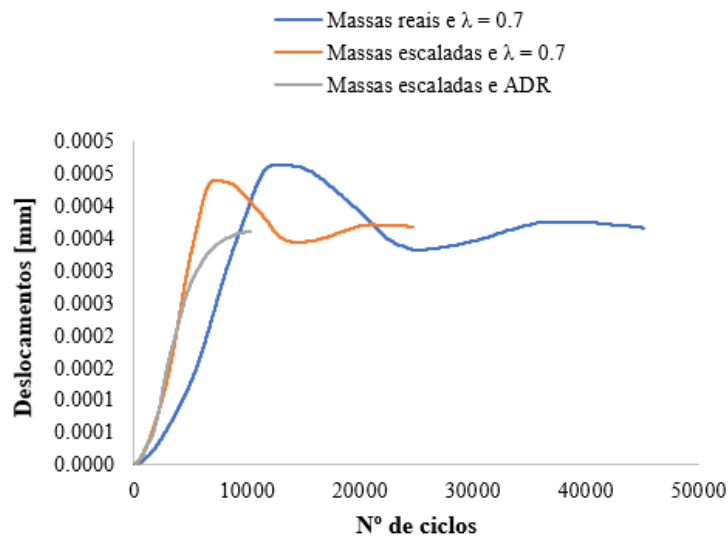


Figura A1.13 – Deslocamentos na partícula 341 em função do número de ciclos

No caso da malha heterogénea, o número de passos necessários para a convergência das soluções considerando os algoritmos de massas escalas e relaxação dinâmica adaptativa dá-se mais rapidamente que para o caso anterior, o mesmo não se verificou para o caso das massas reais com amortecimento viscoso. A solução considerando a massas escaladas não obteve a solução exata, deslocamento máximo admitido, e relativamente às outras soluções ocorreu um overshoot inicial.

Na Figura A.14 pode comparar-se os números de ciclos necessários para cada uma das três análises efetuadas, relativamente a cada uma das malhas consideradas.

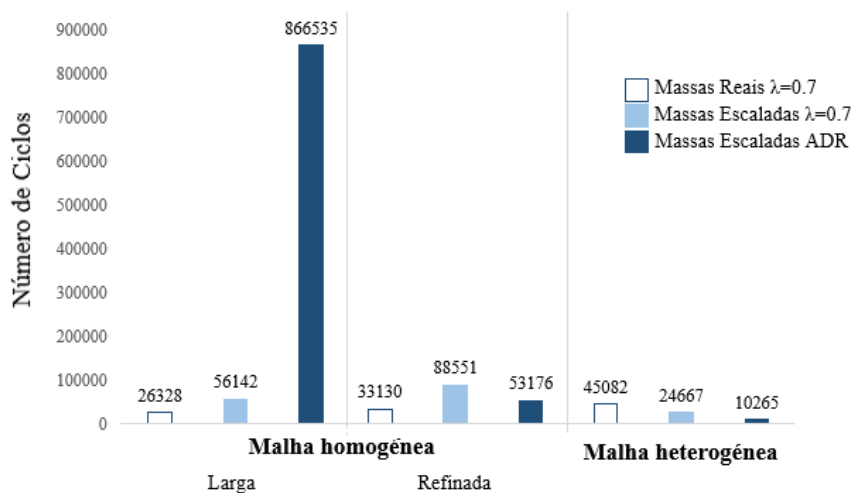


Figura A.14 – Número de ciclos para tipo de análise e malha

Constata-se que, em relação à malha homogênea não refinada a convergência da solução considerando o algoritmo de massas escaladas e relaxação dinâmica adaptativa, só é atingida após um número excessivamente elevado de passos.

ANEXO II – ENERGIA DE FRATURA

Em estruturas de matérias frágeis existem três possíveis modos de fratura, como observado na Figura A2.1, o modo I (tração), modo II (corte no plano) e modo III (corte fora do plano)

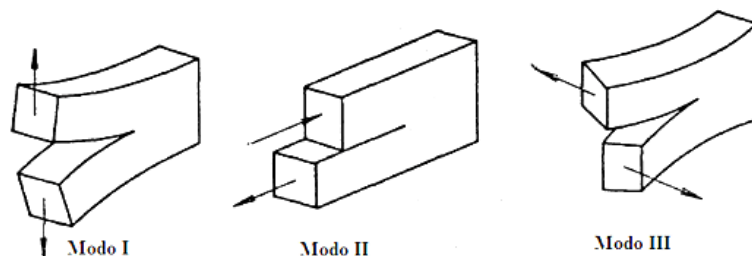


Figura A2.1 – Modos de fratura para o betão

Através da curva tensão-deslocamento, Figura A2.2, é possível calcular a área G , que representa a energia necessária para que seja criada uma fissura completa de área unitária.

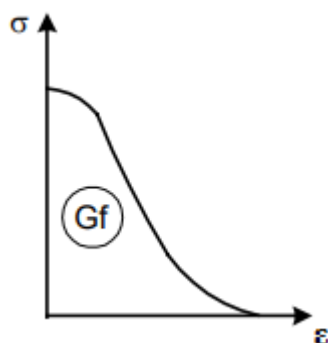


Figura A2.2 – Energia de fratura no gráfico tensão-deslocamentos

Neste trabalho consideram-se apenas estados planos de tensão, desenvolvendo-se apenas fraturas segundo os modos I (abertura das faces da fenda no plano da estrutura) e II (deslizamento relativo das faces da fenda no plano). Logo são apenas tidas em conta a energia de fratura à tração, G_I , e a energia de fratura ao corte, G_{II} .

ANEXO III – ENSAIO DE COMPRESSÃO DIAMETRAL

A dificuldade de realizar ensaios de tração direta em rochas, levou à criação de métodos alternativos para obtenção do valor de resistência à tração indireta, nomeadamente o ensaio de compressão diametral, também conhecido como “ensaio brasileiro”. Como se pode observar na Figura A3.1, este ensaio consiste em aplicar uma carga uniaxial à amostra, com taxa de carregamento constante, de forma a comprimi-la diametralmente.

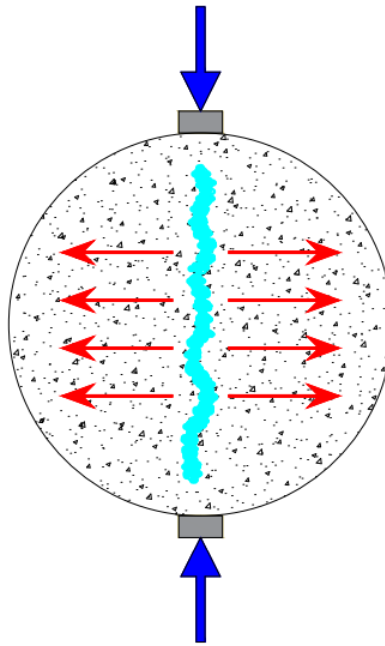


Figura A3.1 – Ensaio de compressão diametral

A tensão de tração indireta, σ_{ind} , pode ser obtida através da equação A3.1:

$$\sigma_{ind} = \frac{2P}{\pi D_1 L_1} \quad (A3.1)$$

Onde P é a força aplicada, L_1 é o comprimento da amostra e D_1 o diâmetro da amostra.